Обратная задача нелинейного закона упругости

Е.С. Глушкова
Рубцовский индустриальный институт АлтГТУ

Пусть $u(x,t)$ – решение следующей начально-краевой задачи

$$u_{tt} = \left(\sigma\left(u_x\right)\right)_x, \ x>0, \ t>0, \tag{1}$$

$$u\Big|_{t=0} = 0, \ u_t\Big|_{t=0} = 0, \ u_x\Big|_{x=0} = f(t). \tag{2}$$

Предположим, что $\sigma(0)=0$, $\sigma'(v)>0$ при $v\ge 0$, и $f(0)=0$, $f'(t)>0$ при t>0.

Рассматривается следующая обратная задача. Пусть задан след решения задачи (1), (2) на множестве $\{x=0, \ t\in[0,T]\}$, т.е.

$$u\Big|_{x=0} = g(t), \ t\in[0,T], \tag{3}$$

где T>0. Требуется найти $\sigma(v)$ для $v\in[0,v_0]$, $v_0=f(T)$.

Получен следующий результат.

Теорема. Пусть $g(0)=g'(0)=0$, $g(t)\in C^2[0,T]$, $f(t)\in C^1[0,T]$. Тогда решение обратной задачи (1) – (3) имеет вид

$$\sigma(v)=\int_0^v\left[\left(g'\left(f^{-1}(\xi)\right)\right)'\right]^2 d\xi, \ v\in[0,v_0].$$

Литература

1. Курант Р. Уравнения с частными производными. – М.: Мир, 1964.
2. Рождественский Б.Л., Яненко Н.Н. Системы квазилинейных уравнений и их приложения к газовой динамике. – М.: Наука, 1978.