О новых инвариантных метриках Эйнштейна на некоторых однородных пространствах

В.В. Джепко
РИИ АлтГТУ, г. Рубцовск

В данной работе рассматривается вопрос о существовании и количестве инвариантных метрик Эйнштейна на некоторых однородных пространствах классических групп Ли.

В работе [3] получены некоторые общие результаты об инвариантных метриках Эйнштейна на однородных пространствах групп $SO(n)$ и $Sp(n)$, а именно, описан аппарат, позволяющий упростить поиск таких метрик, а также найдены формулы скалярной кривизны S инвариантных метрик для рассматриваемых однородных пространств. Эти формулы и позволяют найти новые инвариантные метрики Эйнштейна на соответствующих пространствах. Критические точки функционала S при фиксированном объеме метрик соответствуют инвариантным метрикам Эйнштейна [1]. Следовательно, для нахождения новых инвариантных метрик Эйнштейна достаточно найти некоторые критические точки скалярной кривизны S при фиксированном объеме метрик. Таким образом, задача поиска инвариантных метрик Эйнштейна сводится к задаче Лагранжа для функционала скалярной кривизны S при условии постоянства объема. То есть задача сводится к решению некоторой системы алгебраических уравнений.

Используя описанный метод, в работе [3] показано, что многообразие Штифеля $SO(sk+l)/SO(l)$ допускает, по крайней мере, четыре $SO(sk+l)\times(SO(k))^s$-инвариантные метрики Эйнштейна при $s>1$ и $l \geq k \geq 3$, а также что пространство $Sp(sk+l)/Sp(l)$ допускает, по крайней мере, четыре $Sp(sk+l)\times(Sp(k))^s$-инвариантные метрики Эйнштейна при $s>1$ и $l \geq k \geq 1$. Кроме того, для любого положительного целого p существует многообразие Штифеля $SO(n)/SO(l)$ и однородное пространство $Sp(n)/Sp(l)$, которые допускают, по крайней мере, p различных $SO(n)$ (соответственно $Sp(n)$)-инвариантных метрик Эйнштейна. Отметим, что ранее результаты по метрикам Эйнштейна на многообразиях Штифеля были получены в работах Ш. Кобаяси [7], А. Сейгла [8], Г. Йенсена [5], А. Бэка и В. Ксяна [4], М. Керр [6], Д. Алексеевского, И. Дотти, С. Феррариса [2].

В данной работе рассмотрены пространства $SO(tl+k)/(SO(l))^t$, а так же их симплектические аналоги $Sp(tl+k)/(Sp(l))^t$, на которых, используя описанный выше метод, найдены новые $SO(tl+k)\times SO(k)$-инвариантные и $Sp(tl+k)\times Sp(k)$-инвариантные метрики Эйнштейна, соответственно. Также доказаны теоремы существования таких метрик на рассматриваемых пространствах и приведены конкретные примеры $SO(tl+k)\times SO(k)$-инвариантных и $Sp(tl+k)\times Sp(k)$-инвариантных метрик Эйнштейна на пространствах $SO(tl+k)/(SO(l))^t$ и $Sp(tl+k)/(Sp(l))^t$, соответственно.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 05-01-00611-а) и частичной поддержке Совета по грантам Президента Российской Федерации для поддержки молодых российских ученых и ведущих научных школ Российской Федерации (грант НШ-8526.2006.1).

Литература

1. Бессе А. Многообразия Эйнштейна. – М.: Мир, 1990.

2. Alekseevsky D., Dotty I., Ferraris S. Homogeneous Ricci positive 5-manifolds // Pac. J. Math. V. 175 (1996). – P. 1–12.

3. Arvanitoyeorgos A., Dzhepko V., Nikonorov Yu. Invariant Einstein metrics on some homogeneous spaces of classical Lie groups // Preprint. (2006) arXiv:math.DG/0612504.

4. Back A., Hsiang W. Equivariant geometry and Kervaire Spheres. // Transac. Amer. Math. Soc. V. 304 (1987) – P. 207–270.

5. Jensen G. Einstein metrics on principal fibre bundles // J. Diff. Geom. V.8 (1973) – P. 599–614.

6. Kerr M. Some new homogeneous Einstein metrics // Michigan. J. Math. V.45 (1998). – P. 115–134.

7. S. Kobayashi. Topology of positive pinched Kähler manifolds. //Tôhoku Math. J. V.15 (1963) C.121–139.

8. A. Sagle. Some homogeneous Einstein manifolds. //Nagoya. J. Math. V.39 (1970) C.81–106.

Предел в AST и задача распространения функции

С.В. Дронов

АлтГУ, г. Барнаул

При обосновании теории пределов в рамках альтернативной теории множеств (AST) [1] обычно, используя естественное отношение эквивалентности $\sim$ на классе рациональных чисел, определяют предел a функции $f(x)$ соотношением

$$(\forall x)\, x \sim x_0 \Rightarrow f(x) \sim a.$$