АЛГЕБРА И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА

О доминионах в квазимногообразиях групп без кручения

А.И. Будкин
АлтГУ, г. Барнаул

Через N условимся обозначать класс нильпотентных групп без кручения ступени ≤ 2, Q – аддитивная группа рациональных чисел.

Теорема. Пусть M – произвольное квазимногообразие групп, содержащееся в N, $G \in M$. Предположим, что G содержит Q и порождается по модулю Q одним элементом (т.е. G=<Q,a>). Пусть $C = G \coprod_{Q} G$ – свободное произведение в классе M группы G на G с объединенной подгруппой Q. Тогда пересечение этих свободных сомножителей группы C совпадает с Q.

О классификации некоторых классов конечных локальных колец

Е.В. Журавлев
АлтГУ, г. Барнаул

Одной из актуальных проблем современной алгебры является задача описания и классификации конечных колец малых порядков (см. [1, 2]). В работах [2, 3] указано строение конечных локальных колец характеристики p, радикал Джекобсона которых имеет индекс нильпотентности четыре, и найдены необходимые и достаточные условия существования изоморфизма между двумя такими кольцами. В настоящей работе автор продолжает исследования по классификации конечных локальных колец.

Пусть R – конечное локальное кольцо с единицей, $J(R)$ – радикал Джекобсона и $R/J(R) = GF(p^r) = F$, $J(R)^4 = 0$, $J(R)^3 \neq 0$.

Теорема 1. Количество взаимно неизоморфных конечных локальных колец характеристики p с условиями:

$$R/J(R)=GF(p^r),\ J(R)^4=0,\ J(R)^3\neq 0,$$
$$\dim_F J(R)/J(R)^2=s,\ \dim_F J(R)/ann(J(R)^2)=1,$$
$$\dim_F\ J(R)/ann(J(R))=2$$

равно $r\cdot C_{r+s-2}^{s-1}$.

Такие кольца с точностью до изоморфизма определяются совместными матрицами

$$A_1=\begin{pmatrix}1&0&\dots&0\\0&0&\dots&0\\.&.&\dots&.\\0&0&\dots&0\end{pmatrix},\ B_1=\begin{pmatrix}0&0&\dots&0\\0&0&\dots&0\\.&.&\dots&.\\0&0&\dots&0\end{pmatrix},\ C_1=\begin{pmatrix}1\\0\\\vdots\\0\end{pmatrix},\ D_1=\begin{pmatrix}1\\0\\\vdots\\0\end{pmatrix}$$

и автоморфизмами $\sigma_1,\sigma_1,\dots,\sigma_s,\theta_1=\sigma_1^2,\tau_1=\sigma_1^3\in Aut(F)$ (см. [2, 3]).

Теорема 2. Количество взаимно неизоморфных конечных локальных колец характеристики p с условиями:

$$R/J(R)=GF(p^r),\ J(R)^4=0,\ J(R)^3\neq 0,$$
$$\dim_F J(R)/J(R)^2=s,\ \dim_F J(R)^2/J(R)^3=s^2,\ \dim_F\ J(R)^3=s^3$$

равно C_{r+s-1}^{s}.

Литература

1. Corbas B., Williams G.D. Rings of order p^5. Nonlocal rings // Journal of Algebra. – 2000. – V. 231.

2. Журавлев Е.В. Локальные кольца порядка p^6 с 4-нильпотентным радикалом Джекобсона // Сибирские электронные математические известия [Электронный ресурс]. – 2006. – Т. 3. – С. 15–59. – Режим доступа: http://semr.math.nsc.ru.

3. Журавлев Е.В. Классификация некоторых классов конечных локальных колец, радикал Джекобсона которых имеет индекс нильпотентности четыре // Известия Алтайского государственного университета. – Барнаул : Изд-во Алт. ун-та, 2007. – №1(49). – С. 17–32.