МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ, ЭКОНОМИЧЕСКИХ И ЭКОЛОГИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Моделирование вычислений с оракулами рекурсивным способом

В.А. Ганов, В.Р. Карымов
АлтГУ, г. Барнаул

Исследуются вычисления на абстрактных вычислительных машинах, работающих с оракулом и некоторыми ограничениями. Главная особенность таких машин в выполнении спрашивающих команд. Вопросы вычисляет машина механически согласно своей программе, а ответ дается машине извне, как значение некоторой функции F, называемой оракулом. В частности, вопросы могут содержать программы других таких же машин, а ответы связаны с поведением этих машин. Такая возможность существенно влияет на способы построения программ, изменяет принципы программирования и порождает новые конструкции в языке полученных вычислений. Тогда ставится цель: перенести эти новые принципы и конструкции в язык рекурсивных вычислений. Но непосредственное моделирование таких обобщенных вычислений невозможно, поэтому в работу машин с оракулом вводятся два вида дополнительных ограничений, которые позволяют осуществлять выполнение спрашивающих команд рекурсивным способом.

1-й вид. Число выполняемых команд машины (включая спрашивающие команды) ограничено числом t. При этом, если машина выполнила t тактов и не остановилась, то ее дальнейшая работа не рассматривается и считается, что она работает бесконечно.

Каждый вопрос $\overline{u}$ содержит программу и аргументы некоторой другой машины W, при этом ответ $F(\overline{u})$ связан с поведением этой W. Тогда поиск такого ответа $F(\overline{u})$ можно осуществлять с помощью моделирования работы машины W. В результате такого моделирования выясняется значение $F(\overline{u})$, которое передается машине M в качестве ответа, и возобновляется дальнейшая работа M. Для того, чтобы такой поиск ответа был рекурсивной процедурой в работе машин вводится еще один вид ограничений

2-й вид. Ранг каждой машины не превосходит число d, если ранги машин определяются следующим образом. Машине M, работающей с оракулом F, соответствует так называемое дерево вопросов τ_M. При этом если M получает ответы на все свои вопросы, то ее дерево τ_M конечное. Тогда рангом машины M называется высота этого дерева.

Запись $\{M\}_{t,d^F}(y)$ обозначает функцию, которую вычисляет машина M, работая с оракулом F и с ограничениями t,d. Пусть $\overline{B}_{t,d}(F)$ ‾множество всех машин, которые работают с оракулом F и с ограничениями t,d и получают ответы на все свои вопросы; $B_{t,d}(F)$ – множество всех машин из $\overline{B}_{t,d}(F)$ ‾, которые останавливаются.

Числовая функция $f(y)$ называется F*-вычислимой с ограничениями* t,d, если существует машина M такая, что $\{M\}_{t,d}^{F}(y) \cong f(y)$.

Легко доказывается, что любой оракул F является F-вычислимым с некоторыми ограничениями. Класс функций, F-вычислимых с некоторыми ограничениями t,d, удовлетворяет основным принципам программирования, указанным в [1]. Приведем некоторые другие свойства таких функций.

ТЕОРЕМА 1. Для любого всюду определенного оракула F существует F-вычислимая функция, которая не является F-вычислимой ни с одним ограничением первого вида.

СЛЕДСТВИЕ 1. Существует частично рекурсивная функция, которая не является вычислимой (без оракула) ни с одним ограничением первого вида.

Следующее утверждение показывает нарушение аналога известной теоремы Клини [2].

ТЕОРЕМА 2. Если F – всюду определенный оракул, то любую функцию, F-вычислимую с некоторым ограничением первого вида, можно продолжить тотальной F-вычислимой функцией.

СЛЕДСТВИЕ 2. Если частично рекурсивная функция вычислима с некоторым ограничением первого вида, то ее можно продолжить общерекурсивной функцией.

Но более существенные особенности рассматриваемых вычислений возникают при исследовании вопросов, связанных с проблемой остановки.

ТЕОРЕМА 3. Существует оракул F, для которого следующая функция является F-вычислимой:

$$\mathrm{H}(<\mathrm{M,y,t,d}>) \cong \begin{cases} 0\text{ , если } <\mathrm{M,y}> \in \mathrm{B_{t,d}}(F) \\ 1\text{ , если , } <\mathrm{M,y}> \in \mathrm{B_{t,d}}(F) \setminus \overline{\mathrm{B}}_{\mathrm{t,d}}(F) \\ \text{не определено в остальных случаях} \end{cases}$$

Таким образом, оракул F решает проблему остановки для машин, работающих с F и с ограничениями t, d. Но здесь нельзя утверждать, что эта функция F-вычислима с фиксированными ограничениями, так как ранги всевозможных вопросов не ограничены.

Литература

1. Ганов В.А., Карымов В.Р. Вычисления с оракулами и ограничениями // МАК-2007 : материалы десятой краевой конференции по математике. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2007.

2. Роджерс Х. Теория рекурсивных функций и эффективная вычислимость. – М.: МИР, 1972. – 624 с.

Имитация гиперарифметической вычислимости рекурсивными функциями

В.А. Ганов, Л.Л. Смолякова

АлтГУ, г. Барнаул

Исследуются вычисления на абстрактных вычислительных машинах, являющихся обобщением машин Шенфилда из [1]. Такие машины позволяют вычислять любые рекурсивные функции за счет оперативных команд. Обобщение состоит в том, что машины могут осуществлять так называемые спрашивающие команды. Выполнение спрашивающей команды означает нахождение ответа на заданный вопрос. Вопросы вычисляет машина механически согласно своей программе, при этом каждый вопрос u содержит числовой код z некоторой машины Z рассматриваемого вида и значение y ее аргумента: $u = \langle z, y \rangle$. Ответ есть число b, связанное с поведением машины Z на y. В работе [2, с. 12] это число b являлось значением некоторой числовой функции F, называемой оракулом: $b = F(u)$. В течение одного такта это значение передавалось машине M, задавшей вопрос u, и она продолжала свою работу. Но оракул F не обязан быть рекурсив-