

Модель фрактальной диффузии космических лучей в галактике

А.Г. Тюменцев, А.А. Лагутин
АлтГУ, Барнаул

Основной моделью для описания распространения космических лучей, т.е. потоков ядер заряженных частиц, в межзвездном пространстве Галактики на сегодняшний день является диффузионная модель, в которой концентрация частиц $N(\vec{r}, t, E)$ от источника $S(\vec{r}, t, E)$ подчиняется уравнению [1]

$$\frac{\partial N}{\partial t} = D\Delta N(\vec{r}, t, E) + S(\vec{r}, t, E),$$

где D – коэффициент диффузии. Однако предположение о квазиоднородной структуре среды распространения, лежащее в основе данной модели, на сегодняшний день опровергается наблюдательными данными. Наилучшей моделью описания резко неоднородной на разных масштабах, клочковатой структуры среды, которую эксперименты наблюдают в космосе, является стохастический фрактал. Уравнение, описывающее блуждания частиц в этом случае, требует соответствующей модификации, которая, как показано в [2], может быть сведена к введению в уравнение диффузии производных дробного порядка по времени и пространству. Уравнение для функции Грина $G(\vec{r}, t, E; E_0)$ в этом случае имеет вид:

$$\frac{\partial G}{\partial t} = -D(E, \alpha, \beta) D_{0+}^{1-\beta} (-\Delta)^{\alpha/2} G(\vec{r}, t, E; E_0) + \delta(\vec{r})\delta(t)\delta(E - E_0),$$

где D_{0+}^{β} и $(-\Delta)^{\alpha/2}$ – дробная производная Римана-Лиувилля и дробный Лапласиан соответственно [3].

Решение данного уравнения с нулевыми граничными условиями на бесконечности нетрудно получить с использованием преобразования Фурье-Лапласа [2]:

$$G(\vec{r}, E, t; E_0) = \frac{\delta(E - E_0)}{(D(E_0, \alpha, \beta)t^{\beta})^{3/\alpha}} \Psi_3^{(\alpha, \beta)} \left(\frac{|\vec{r}|}{(D(E_0, \alpha, \beta)t^{\beta})^{1/\alpha}} \right),$$

где $\Psi_3^{(\alpha, \beta)}(r) = \int_0^{\infty} q_3^{(\alpha)}(r\tau^{\beta}) q_1^{(\beta, 1)}(\tau) \tau^{3\beta/\alpha} d\tau$.

Здесь $q_3^{(\alpha)}(r) = (2\pi)^{-3} \int \exp(-ik\vec{r} - |k|^\alpha) d\vec{k}$ – плотность трехмерного сферически-симметричного устойчивого распределения с характеристическим показателем $\alpha \leq 2$ [4] и $q_1^{(\beta,1)}(t) = (2\pi)^{-1} \int \exp(\lambda t - \lambda^\beta) d\lambda$ – одномерное одностороннее устойчивое распределение с характеристическим показателем β [4].

Наличие излома и асимптотик у лежащей в основе решения функции дробно-устойчивого распределения $\Psi_3^{(\alpha,\beta)}(r)$

$$\Psi_3^{(\alpha,\beta)}(r) \propto r^{-(3-\alpha)}, \quad r \rightarrow 0,$$

$$\Psi_3^{(\alpha,\beta)}(r) \propto r^{-3-\alpha}, \quad r \rightarrow \infty,$$

позволяет определить значения основных параметров модели [2].

Таким образом, модель фрактальной диффузии космических лучей в Галактике дает возможность описать наблюдаемый спектр космических лучей, с характерным изломом на энергии $E \approx 3 \cdot 10^{15}$ эВ в широком диапазоне энергий $10^2 \div 10^{10}$ ГэВ.

Работа выполнена при частичной поддержке гранта РФФИ №07-02-01154 и гранта президента России МК-2873.2007.2.

Литература

1. Гинзбург В.Л., Сыроватский С.И. Происхождение космических лучей. – М.: Изд-во АН СССР, 1963. – 384 с.
2. Тюменцев А.Г., Лагутин А.А. Изв. АлтГУ. Изд-во АлтГУ: Барнаул, 2004. – №5. – С. 4–21.
3. Самко С.Г., Килбас А.А., Маричев О.И. Интегралы и производные дробного порядка и некоторые их приложения. – Минск: Наука, 1987. 688 с.
4. Золотарев В.М., Учайкин В.В, Саенко В.В. ЖЭТФ 1999. Т. 115. – С. 1411-1425.