Литература

1. Пушков С.Г., Кривошапко С.Ю. О проблеме реализации в пространстве состояний для интервальных динамических систем // Вычислительные технологии. – 2004. Т.9. №1. – С. 75–85.
2. Хорн Р., Джонсон Ч. Матричный анализ. – М.: Мир, 1989.

Общенное решение уравнений двухфазного течения в круглом канале

В.Д. Лисица
БТИ АлтГТУ

При численных исследованиях газодинамических процессов в каналах РДТТ часто используется модель двухфазного течения «газ – конденсированные частицы» в круглых каналах с проницаемыми стенками или со вдувом (см. рис. 1) [1–3]. Даже в случае значительных упрощений (постоянный размер частиц, отсутствие обратного влияния частиц на газовую фазу и т.п.) соответствующая математическая модель все еще содержит большое количество различных параметров. Переход к безразмерным переменным, как правило, позволяет уменьшить количество параметров задачи и упростить последующий анализ результатов численного моделирования.

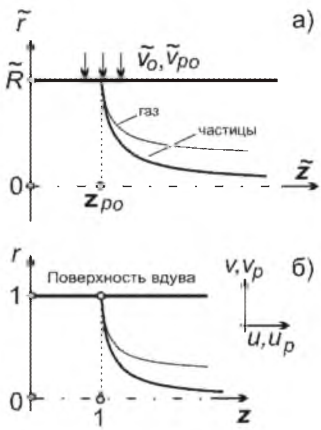

Рис. 1. Схема течения в канале:
а) размерные переменные;
б) безразмерные переменные

Для перехода к безразмерным соотношениям в рассматриваемой модели необходимо выбрать соответствующие характерные значения (масштабы) для длины l_*, скорости v_* и времени t_*. Обычно в качестве таковых принимают соответственно радиус канала $\tilde{R}$, скорость вдува газа на поверхности канала $\tilde{v}_0$ и их отношение $\tilde{R}/\tilde{v}_0$ [1, 2]. В этом случае безразмерными параметрами задачи будут: v_{p0} – радиальная начальная скорость частиц на поверхности вдува; z_{p0} – начальная продольная координата частиц; Stk – число Стокса.

В настоящей работе предлагается одновременно использовать два характерных и независимых линейных размера – $r_* = \tilde{R}$, $z_* = \tilde{z}_{p0}$ и соответственно $v_* = \tilde{v}_0$, $u_* = \tilde{v}_0\, \tilde{z}_{p0} / \tilde{R}$, $t_* = \tilde{R} / \tilde{v}_0$. Тогда соответствующая система безразмерных уравнений и начальных условий будут иметь вид:

$$
\begin{aligned}
& Stk\frac{du_p}{dt} = u - u_p; \quad \frac{dz_p}{dt} = u_p; \\
& Stk\frac{dv_p}{dt} = v - v_p; \quad \frac{dr_p}{dt} = v_p; \\
& t = 0,\ u_p = 0,\ z_p = 1,\ v_p = v_{po},\ r_p = 1,
\end{aligned}
\tag{1}
$$

где

$$
u(r,z) = -\pi\, z\cos(\frac{\pi}{2}r^2); \quad v(r) = -\frac{\sin(\frac{\pi}{2}r^2)}{r} \quad - \tag{2}
$$

безразмерные функции, определяющие осевую и радиальную компоненты скорости газа в канале.

Таким образом, задача содержит два безразмерных параметра – начальную скорость v_{po} и число Stk. Параметр z_{po} предложенным способом приведения к безразмерной форме исключен. По-существу, это означает понижение размерности задачи: вместо двухмерного течения теперь достаточно исследовать одномерное – рассчитать единственную (обобщенную) траекторию частиц и исследовать влияние на нее двух оставшихся параметров (v_{po} и Stk).

В качестве примера на рисунке 2 показаны различные типы обобщенной траектории в зависимости от значения числа Стокса. При $Stk < Stk_*$ траектории частиц качественно не отличаются от линий тока газа, при $Stk > Stk_*$ наблюдается затухающий колебательный процесс. Как известно, такое поведение типично для многих диссипативных колебательных систем.

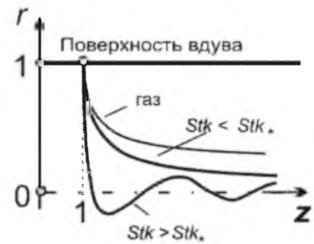

Рис. 2. Типы траекторий в зависимости от параметра Stk.

Литература

1. Райзберг Б.А., Ерохин Б.Т., Самсонов К.П. Основы теории рабочих процессов в ракетных системах на твердом топливе. –М.: Машиностроение, 1972.

2. Липанов А.М., Бобрышев В.П. и др. Численный эксперимент в теории РДТТ. – Екатеринбург: УИФ Наука, 1994.

3. Бобрышев В.П., Лисица В.Д., Спиридонов Ф.Ф. Физико-математическое моделирование внутрикамерной газодинамики РДТТ. – М.: ЦНИИНТИКПКК, 1993. – 128 с.

Гомогенизация насыщенного пористого грунта: термовязкоупругий предел

С.А. Саженков

Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН, г. Новосибирск

Рассмотрена линеаризованная модель совместного движения упругого пористого грунта и целиком заполняющей поровое пространство вязкой сжимаемой жидкости с учетом теплопроводности. Считается, что поровое пространство обладает периодической геометрией, и что модель содержит малый параметр – отношение характерных размеров микро- и макроуровней. Проведена процедура гомогенизации, то есть предельный переход в уравнениях модели при стремлении малого параметра к нулю, в предположении, что физические характеристики отдельных фаз от малого параметра не зависят. В результате сконструирована корректно поставленная начально-краевая задача для модели линейной термовязкоупругости с памятью формы и тепла, решением которой являются пределы исходной задачи, и коэффициенты которой однозначно определяются микроструктурой. Процедура гомогенизации строго математически обоснована методом двухмасштабной сходимости Аллара–Нгуетсенга. Основные результаты работы изложены в [1, 2].

Литература

1. Meirmanov A., Sazhenkov S., Generalized solutions to linearized equations of thermoelastic solid and viscous thermofluid, Electronic Journal of Differential Equations (http://www.emis.de/journals/EJDE/), 2007, vol. 2007, no. 41, pp. 1—29.

2. Саженков С.А. Эффективная термовязкоупругость насыщенного пористого грунта, Вестник НГУ (серия: математика, механика, информатика), 2008 (принято к печати).