ГЕОМЕТРИЯ И АНАЛИЗ

Гармонические тензоры на трехмерных группах Ли с левоинвариантными лоренцевыми метриками

О.П. Гладунова
БарГПУ, г. Барнаул

Данная работа продолжает исследования, начатые в [1, 2]. В ней, с помощью операции свертки тензора Схоутена-Вейля по направлению произвольного вектора, определен кососимметрический 2-тензор. Получена классификация трехмерных групп и алгебр Ли с левоинвариантной лоренцевой метрикой, для которых данный тензор является гармоническим.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (коды проектов 06-01-81002-Бел_а, 08-01-98001), а также при поддержке Совета по грантам Президента Российской Федерации (код проекта НШ-5682.2008.1).

Литература

1. Гладунова О.П., Родионов Е. Д., Славский В.В. О гармонических тензорах на трехмерных группах Ли с левоинвариантной римановой метрикой// Доклады РАН. – 2008. – №6. – С. 735–738.

2. Гладунова О.П., Родионов Е. Д., Славский В.В. Левоинвариантные лоренцевы метрики с почти гармоническим тензором Схоутена-Вейля // Вестник БГПУ, серия: естественные и точные науки. – 2006. – №6. – С. 10–26.

Две формулы для симплексов с вершинами в точках ортогональной совокупности

А.А. Дудкин
БГПУ, г. Барнаул

Понятия ортогональной совокупности точек и полной ортогональной совокупности точек введены автором в одной из работ (Вестник БГПУ, выпуск 6). Здесь достаточно знать, что вершины ортоцентрического симплекса $C^n = A_1A_2 \dots A_{n+1}$ вместе с его ортоцентром A_0 образуют в евклидовом пространстве E^n полную ортогональную совокупность точек $\{A_k\}$ $к = 0,1,2, \dots n+1$. Там же предложено понятие скалярной характеристики $a_к$ точки $A_к$: $a_к$ – скалярное произведение векторов $\mathbf{A}_к\mathbf{A}_p$ и $\mathbf{A}_к\mathbf{A}_m$, где $к, p, m$ – различные числа. Доказано, что две ортогональные совокупности точек равны тогда и только тогда, когда совпадают наборы их скалярных характеристик.

Формулы, о которых идет речь в названии работы, позволяют находить объем и высоту $A_кH_к$ симплекса C^n, зная скалярные характеристики его вершин и ортоцентра (последнюю можно найти по скалярным характеристикам вершин: $1/a_0 = -\sum (1/a_к)$).

$$V^2 = -\frac{a_1 a_2 \cdots a_{n+1}}{(n!)^2 a_0},$$

$$A_k H_k{}^2 = \frac{a_k{}^2}{a_0 + a_k}.$$

Для доказательства этих формул достаточно воспользоваться известными формулами для объемов симплексов и некоторыми результатами упомянутой выше работы. Приведем в качестве примера один из таких результатов (формулу для вычисления длины ребра симплекса): $A_кA_m{}^2 = a_к + a_m$.

Замкнутая цилиндрическая кривая постоянной длины, выпуклая оболочка которой имеет больший объем, чем найденная ранее

К.О. Кизбикенов

БГПУ, г. Барнаул

Широко известна задача о кривой данной длины, вообще говоря, незамкнутой, выпуклая оболочка которой имеет наибольший объем. Эта задача решена и ответом является виток винтовой линии. Аналогичная задача для незамкнутых кривых, по моему, до сих пор не решена.

Рассмотрим замкнутую гладкую кривую γ класса C^2, данной длины l. Ранее [1] была найдена замкнутая кривая длины 1 выпуклая оболочка, которой имела объем равный 0,003753183750…. Удалось найти другую кривую (рис. 1) (изменив начальные данные) выпуклая оболочка которой имеет объем равный 0.003757736…, что примерно на 0,12% больше предыдущего.