**Литература**

1. Bell H., Klein A. Two commutativity problems for rings//Studia Scientiarum Mathematicarum Hungarica 28. – 1993. 159–162.
2. Laffey T., MacHale D. Polynomials that force a ring to be commutative//Proceedings of the Royal Irish Akademy. – 1992. – № 2. – 277–280.
3. Mal'cev Y.N. The structure of associative algebras satisfying the polynomial identities and varieties of algebras. Barnaul, ASU, 1994.
4. Yaqub A. Weakly periodic–like rings and commutativity// Studia Scientiarum Mathematicarum Hungarica 43 (3). – 2006. – 275–284.

# О гипотезе Мохаррама Хана

*А. В. Кислицин*
*БГПУ, г. Барнаул*

На протяжении работы $R$ обозначает ассоциативное кольцо с единицей, $Z(R)$ – его центр.

С тех пор, как Н. Джекобсон доказал, что любое кольцо, в котором каждый элемент равен самому себе в некоторой степени $n > 1$ коммутативно, этот результат подвергался множеству обобщений и вариаций. Например, И. Херстейн в 1951 году доказал, что если для каждого $x \in R$ существует целое число $n = n(x) > 1$ такое, что $x^n - x \in Z(R)$, то кольцо $R$ коммутативно. МакХэйл расширил результат Херстейна (см. [1]), доказав, что если $\alpha$ – эпиморфизм $\langle R; +\rangle$ такой, что $x^2 - \alpha(x) \in Z(R)$ для всех $x \in R$, то $R$ коммутативно. Результат Макхэйла обобщен Томинагой, который показал, что если $n > 1$ – фиксированное целое и найдется сюръективный гомоморфизм $\alpha$, действующий на $\langle R; +\rangle$ такой, что $x^n - \alpha(x) \in Z(R)$ для всех $x \in R$, то $R$ коммутативно (см. [1]).

Основываясь на приведенных выше результатах, Мохаррам Хан выдвинул гипотезу: пусть $R$ – ассоциативное кольцо с единицей, $f$ и $g$ – автоморфизмы $R$, $n > 1$ – фиксированное целое; если $f(x^{n+1}) \pm g(x^n) \in Z(R)$ для всех $x \in R$, то $R$ коммутативно (см. [1]).

В работе [1] удалось получить положительный ответ на эту гипотезу при $n$ = 2, 3, 4 и при ограничениях на $f$ и $g$.

В настоящей работе гипотеза Хана исследована при $n$ = 5, 6, результатом чего стали следующие теоремы:

**Теорема 1.** Пусть $R$ – ассоциативное кольцо с единицей, $\alpha, \beta$ – автоморфизмы $R$ и для всех $x \in R$ выполняется $\alpha(x^6) \pm \beta(x^5) \in Z(R)$. Тогда $2x \in Z(R)$. В частности, если $R$ без 2 – кручения, то $R$ коммутативно.

**Теорема 2.** Пусть $R$ – ассоциативное кольцо с единицей, $\alpha, \beta$ – автоморфизмы $R$ и для всех $x \in R$ выполняется $\alpha(x^7) \pm \beta(x^6) \in Z(R)$. Тогда $16x \in Z(R)$. В частности, если $R$ без 2 – кручения, то $R$ коммутативно.

Основываясь на доказанных теоремах и результатах Хана, указанную гипотезу можно сузить до следующей:

Гипотеза**.** Пусть $R$ – ассоциативное кольцо с единицей, $n > 1$ – фиксированное целое, $\alpha$ и $\beta$ – автоморфизмы $R$ и для всех $x \in R$ выполняется $\alpha(x^{n+1}) \pm \beta(x^n) \in Z(R)$. Тогда $2^k x \in Z(R)$ для некоторого целого $k > 1$. В частности, если $R$ без 2 – кручения, то $R$ коммутативно.

Из теоремы 1, теоремы 2 и работы [1] следует, что сформулированная гипотеза справедлива при $n$ = 1, 2, 3, 4, 5, 6. В общем же случае истинность гипотезы пока не установлена.

**Литература**

1. Khan M.A. Commutativity of rings with constraints on pair of automorphisms //Advances in Theoretical and Applied Mathematics. – 2006. – №2. – Vol 1. – P. 119–126.

2. Харченко В.К. Некоммутативная теория Галуа. – Новосибирск, Научная книга, 1996.

# О строении конечных колец, имеющих планарные графы делителей нуля

***А.С. Кузьмина***

*БГПУ, г. Барнаул*

В данной работе рассматриваются ассоциативные кольца, не обязательно коммутативные и не обязательно имеющие единицу.

*Графом делителей нуля* кольца $R$ называется граф, вершинами которого являются все ненулевые делители нуля кольца $R$ (односторонние и двусторонние), причем две различные вершины $x,y$ соединяются ребром тогда и только тогда, когда $xy=0$ или $yx=0$ [1].

Граф делителей нуля кольца $R$ будем обозначать через $Г(R)$.