4. Белолипецкий, В.М. Математическое моделирование течений стратифицированной жидкости / В.М. Белолипецкий, В.Ю. Костюк, Ю.И. Шокин. – Новосибирск : Наука, Сиб. Отд-ние, 1991.

5. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. М., 1989.

6. Кузиков, С.С. Метод численного расчета задач протекания стратифицированной жидкости / С.С. Кузиков, С.П. Семенов // Вычислительные технологии. – 1995. – Т. 4, №12.

7. Ингберг, М.С. Расчет истечения стратифицированной жидкости через слив с целью определения условия селективного отбора / М.С. Ингберг, А.К. Митра // Теоретические основы инженерных расчетов, 1988, №3.

Устойчивость части координат движения

В.А. Миненко

АлтГПА, г. Барнаул

Рассматривается система

$$\frac{dx_i}{dt} = p_{i1}x_1 + \dots p_{in}x_n + X_i(x_1,\dots,x_n) \quad (i=1,\dots,n) \tag{1}$$

где p_{ij} $(i,j=1,\dots,n)$ – постоянные, X_i и $\dfrac{\partial X_i}{\partial x_j}$ непрерывны в области

$$D=\{(x_1,\dots,x_n):|x_k|<H \quad (k=1,\dots,m;\ 1\le m<n)\} \tag{2}$$

и в области D

$$|X_k(x_1,\dots,x_n)|<L\{|x_1|+\dots+|x_m|\}^2 \quad \left(k=1,\dots,m;\ L<\frac{1}{m^2}\right),$$

$$X_i(0,\dots,0)=0 \quad (i=1,\dots,n).$$

Решение системы (1), остающееся при росте t внутри замкнутой области, включенной в D, продолжаемы неограниченно вправо.

Определение 1. Нулевое решение системы (1) называется $m-m$ устойчивым, если для любого $\varepsilon>0$ и любого $t_0\in(-\infty,+\infty)$ существует $\delta>0$ такое, что для любого решения $x_i=x_i(t)$ $(i=1,\dots,n)$ системы (1), для которого $|x_k(t_0)|<\delta$ $(k=1,\dots,m)$, выполняется $|x_k(t)|<\varepsilon$ $(k=1,\dots,m)$ при $t>t_0$.

Определение 2. Нулевое решение системы (1) называется асимптотически $m-m$ устойчивым, если оно $m-m$ устойчиво и для любого $t_0\in(-\infty,+\infty)$ существует $\delta>0$ такое, что для любого решения

$x_i = x_i(t)$ $(i = 1,\ldots,n)$ системы (1), для которого $|x_k(t_0)| < \delta$ $(k = 1,\ldots,m)$, выполняется $\lim\limits_{t\to+\infty} x_k(t) = 0$ $(k = 1,\ldots,m)$.

Лемма. Если нулевое решение системы (1) $m - m$ устойчиво, то система (1) имеет следующий вид:

$$\begin{gathered}
\frac{dx_1}{dt} = p_{11}x_1 + \ldots + p_{1m}x_m + X_1(x_1,\ldots,x_n) \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
\frac{dx_m}{dt} = p_{m1}x_1 + \ldots + p_{mm}x_m + X_m(x_1,\ldots,x_n) \\
\frac{dx_{m+1}}{dt} = p_{m+11}x_1 + \ldots + p_{m+1n}x_n + X_{m+1}(x_1,\ldots,x_n) \\
\frac{dx_n}{dt} = p_{n1}x_1 + \ldots + p_{nn}x_n + X_n(x_1,\ldots,x_n)
\end{gathered} \qquad (3)$$

Теорема 1. Если все корни характеристического уравнения системы

$$\begin{gathered}
\frac{dx_1}{dt} = p_{11}x_1 + \ldots + p_{1m}x_m \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
\frac{dx_m}{dt} = p_{m1}x_1 + \ldots + p_{mm}x_m
\end{gathered} \qquad (4)$$

имеют отрицательные вещественные части, то нулевое решение системы (3) асимптотически $m - m$ устойчиво.

Теорема 2. Если характеристическое уравнение системы (4) имеет корень с положительной вещественной частью, то нулевое решение системы (3) $m - m$ неустойчиво.

Разрешимость одномерной краевой задачи тепловой двухфазной фильтрации

А.А. Папин

АлтГУ, г. Барнаул

Рассматривается движение смеси двух взаимонерастворимых жидкостей в недеформируемой пористой среде. Уравнения модели имеют вид [1–2]

$$\frac{\partial\left(\alpha_i \rho_i^o\right)}{\partial t} + \operatorname{div}\left(\alpha_i \rho_i^o \vec{v}_i\right) = 0, \quad i = 1, 2,$$