

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ

Изучении течение вязкоупругой жидкости в канале с внезапным сужением на основе реологической модели нулевого приближения

Ю.А. Алтухов, О.А. Никитина

АлтГПА, г. Барнаул

В последние годы значительно возрос интерес исследователей к сравнению результатов численного исследования нетривиальных течений с экспериментальными данными. Будем рассматривать течения в плоском или осесимметричном канале с внезапно изменяющимся сечением (рис. 1), которые носят общее название «входных течений».



Рис. 1. Геометрия расчетной области
в канале 4:1. L_v размер вихря

В работе [1] предложена реологическая модель нулевого приближения для описания течения вязкоупругой жидкости. Для выяснения работоспособности этой модели проведены систематические расчеты таких течений и сравнение с известными экспериментальными данными.

Модель нулевого приближения рассматривалась в виде

$$\sigma_{ik} = -p\delta_{ik} + 3nT \sum_{\alpha} \left(x_{ik}^{\alpha} - \frac{1}{3}\delta_{ik} \right) \quad (1)$$

$$\frac{d}{dt} x_{ik}^{\alpha} - v_{ik} x_{jk}^{\alpha} - v_{kj} x_{ji}^{\alpha} = \frac{1 + (k - \beta)a_{ss}}{B\tau_{\alpha}^R} \left(x_{ik}^{\alpha} - \frac{1}{3}\delta_{ik} \right) - \frac{3\beta}{2B\tau_{\alpha}^R} \times$$

$$\times \left(\left(x_{ij}^{\alpha} - \frac{1}{3}\delta_{ij} \right) a_{jk} + \left(x_{kj}^{\alpha} - \frac{1}{3}\delta_{kj} \right) a_{ji} \right) \quad (2)$$

где p – давление, n – число макромолекул в единице объема. T – температура в энергетических единицах; термодинамические параметры

x_{ik}^α характеризуют инерционные свойства макромолекулярного клубка, V_{ij} тензор градиентов скорости, a_{ik} – тензор анизотропии; B – тензорный коэффициент трения; β, k – феноменологические коэффициенты микроанизотропии макромолекулярного клубка.

Исследуемой жидкостью являлся 2.5% раствор полиизобутилена в полибутене и декалине, для которой определялись параметры реологической модели по экспериментальным данным вискозиметрических течений сдвига и растяжения, приведенным в [2]. Расчеты проводились для широкого диапазона значений экспериментально наблюдаемых скоростей течения. На рисунке 2 приведены типичные результаты расчетов в терминах линий тока.

Особый интерес представляют две величины:

- 1) безразмерная длина вихря X , определяемая соотношением

$$X = \frac{L_v}{2R} \tag{3}$$

где L_v – длина вихря (см. рис. 1), а R – радиус резервуара;

- 2) безразмерная интенсивность вихря J , определяемая как

$$J = \frac{\psi_{\max} - \psi_w}{\psi_c - \psi_w} \tag{4}$$

где ψ_{\max} – значение функции тока в «центре» вихря, ψ_w – значение функции тока на стенке и ψ_c – значение функции тока на оси канала.

Результаты расчетов показывают монотонный рост размера углового вихря с ростом числа Вейссенберга We , что наблюдается в опытах. Значения этих величин для течения ньютоновской жидкости в канале 4:1 хорошо известны и находятся в диапазоне 0.14-0.18 и 0.001-0.002.

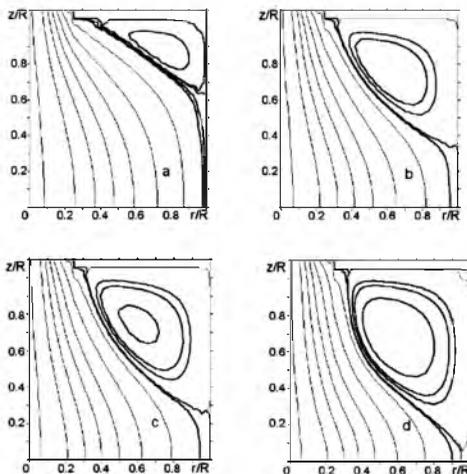


Рис.2. Входное течение в канале 4:1 для различных значений числа We : (а) $We=0.4$, (б) $We=1.3$, (с) $We=1.5$. (с) $We=3.0$

Результаты расчетов этих величин для полимерной системы приведены на рисунке 3, 4.

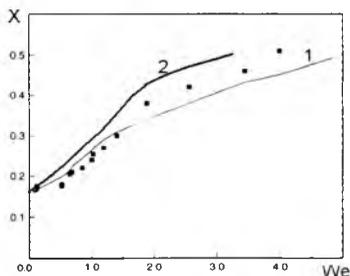


Рис. 3. Зависимость размера вихря от числа Вейссенберга в осесимметричном канале 4:1. Сплошная линия – расчет: 1 – модель К-ВКЗ, 2 – модель нулевого приближения; символы – экспериментальные данные

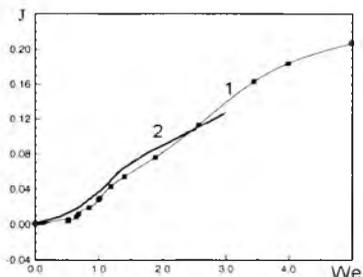


Рис. 4. Зависимость безразмерной интенсивности вихря от числа Вейссенберга (We). Сплошные линии – расчет: 1 – модель К-ВКЗ, 2 – модель нулевого приближения; символы – экспериментальные данные

Результаты расчеты дают монотонное увеличение размера вихря с ростом числа We , однако, при этом наблюдается некоторое расхождение между расчетом и экспериментом. Интенсивность вихря, приведенная на рисунке 4, указывает, что при больших расходах возможна 20% интенсивность рециркуляционного вихря в углу резервуара.

Полученная в расчетах связь между значениями числа We и инерционными характеристиками, определяемыми числом Рейнольдса Re , определяющими механизм появления, исчезновения и возможного слияния вихрей в углу резервуара и у входной кромки канала меньшего радиуса для данной жидкости не противоречит результатам расчетов по другим моделям и известным экспериментальным данным.

На рисунке 5–6 приведены результаты расчетов входного течения при различных режимах течения и параметрах полимерной среды.

Реологическая модель описывает появление и развитие различных вихревых структур, формирующихся на участке входного течения. Эволюция вихрей – возможность их появления, исчезновения или слияние в один вихрь определяется как параметрами течения, так и свойствами полимера. Результаты расчетов отражают как качественное соответствие рассчитанной структуры течения экспериментальным данным и расчетам по другим моделям, так и удовлетворительное количественное совпадение расчетных и экспериментальных значений некоторых характеристик течения.

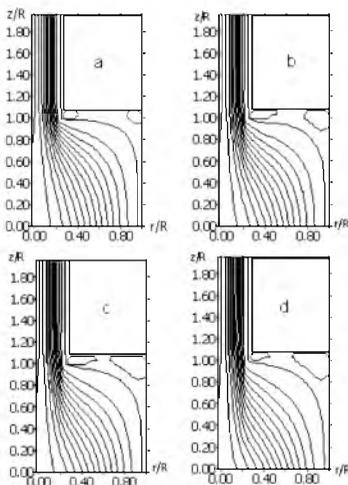


Рис. 5. Линии тока в канале 4:1 при $Re=0.5$, $k=0.4$, $\beta=0.1$, $We=0.1$ (a); $We=0.5$ (b); $We=1.0$ (c); $We=2.5$ (d);

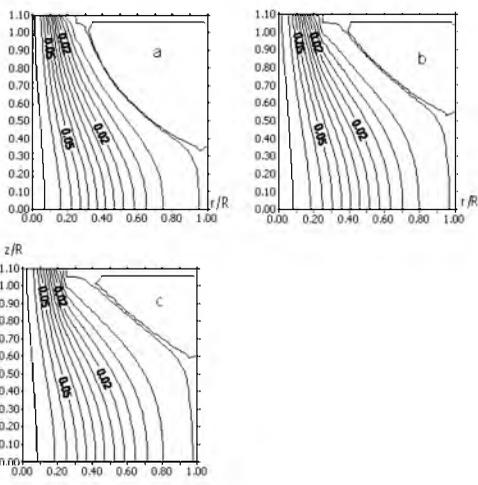


Рис. 6. Линии тока в канале 4:1 при $Re=0.01$, $We=0.13$: $k=0.02$, $\beta=0.0$ (a); $k=0.12$, $\beta=0.1$ (b); $k=0.4$, $\beta=0.1$ (c)

Библиографический список

1. Пышнограй, Г.В. Определяющее уравнение нелинейных вязкоупругих (полимерных) сред в нулевом приближении по параметрам молекулярной теории и следствия для сдвига и растяжения / Г.В. Пышнограй, В.Н. Покровский, Ю.Г. Яновский, И.Ф. Образцов, Ю.А. Карнет // Доклады АН. – 1994. – Т. 335. – №9. – С. 612–615.
2. Mitsoulis, E. Numerical simulation of entry flow of fluid S1 / E. Mitsoulis // J. of Non-Newtonian Fluid Mech. – 1998. – V.78. – P. 187–201.

Одномерное движение двухфазной смеси. Вопросы разрешимости

И.Г. Ахмерова
АлтГУ, г. Барнаул

В докладе излагаются результаты о разрешимости начально-краевых задач для уравнений одномерного движения двухфазной смеси вязкой несжимаемой жидкости и идеального газа с общей темпера-