

## ГЕОМЕТРИЯ И АНАЛИЗ

### Связь между расстояниями от ортоцентра симплекса до центров вписанной и описанной сфер

*А.А. Дудкин*  
*АлтГПА, г. Барнаул*

Получена формула  $R^2 - OH^2 = n^2 r^2 - n TH^2$  для ортоцентрического симплекса размерности  $n$  в евклидовом пространстве. Здесь точки  $H$ ,  $O$ ,  $T$  – ортоцентр симплекса, центры описанной и вписанной сфер соответственно,  $R$  и  $r$  – радиусы этих сфер. Заметим, что в левой части равенства не задействована информация о вписанной сфере, а в правой – об описанной сфере.

Особенностью данной формулы является присутствие в ней расстояния  $TH$  между ортоцентром и центром *вписанной* сферы. В известных нам формулах, связывающих расстояния между так называемыми замечательными точками симплекса, расстояние  $TH$  не фигурирует вообще. Это относится, видимо, даже к случаям треугольника и тетраэдра.

Вывод формулы существенно опирается на полученные ранее автором свойства скалярных характеристик ортогональной совокупности точек (Вестник БГПУ, выпуск 6). Оказалось, что как правая, так и левая часть формулы равны  $-n a$ , где  $a$  – скалярная характеристика точки  $H$  (она вместе с вершинами симплекса образует полную ортогональную совокупность точек в евклидовом пространстве размерности  $n$ ). Важным для вывода формулы оказалось и то, что объем симплекса удобно выражается через число  $a$  и скалярные характеристики  $a_k$  его вершин:  $V^2 = -a_1 a_2 a_3 \dots a_{n+1} / a (n!)^2$ . В доказательстве используется также понятие барицентрических координат точки относительно данного симплекса и их геометрический смысл.

В случаях треугольника и ортоцентрического тетраэдра формула принимает вид

$$R^2 - OH^2 = 4 r^2 - 2 TH^2 \quad \text{и} \quad R^2 - OH^2 = 9 r^2 - 3 TH^2 \quad \text{соответственно.}$$