$$(\forall x)(x^q = 1 \to x = 1),$$

$$(\forall x)(x^{p^2} = 1 \to x^p = 1),$$

где q пробегает множество простых чисел, отличных от p.

Через M обозначим квазимногообразие, заданное в N_3 следующим бесконечным множеством формул:

$$(\forall x)(\forall y)([x, y, x]^p = 1),$$

$$(\forall x)(\forall y)(x^p = 1 \to [x, y, x] = 1),$$

$$(\forall x)(\forall x_1)...(\forall x_n)(x^{p\delta} = \prod_{i=1}^{n}[x, x_i]^{p\varepsilon_i} \to \prod_{i=1}^{n}[x, x_i, x]^{\varepsilon_i} = 1),$$

$$(\forall x)(x^q = 1 \to x = 1),$$

$$(\forall x)(x^{p^2} = 1 \to x^p = 1),$$

где q пробегает множество простых чисел, отличных от p, $\varepsilon_i \in \{-1;1\}$, $i = 1,...,n$, δ и n пробегают множество натуральных чисел.

Теорема. *Пусть K – произвольный класс групп из N, содержащий неабелеву группу. Предположим, что во всякой группе из K централизатор любого неединичного элемента, не принадлежащего центру этой группы, является абелевой подгруппой. Тогда L(qK)=M.*

Некоторые критерии однородности функции

И.В. Поликанова

АлтГПА, г. Барнаул

Функция f называется однородной степени λ, если для всех ненулевых действительных чисел t и всех x справедливо равенство

$$f(tx)=t\lambda f(x), \tag{1}$$

и – положительно однородной, если такое же равенство имеет место для всех положительных действительных чисел t.

Заметим, что «отрицательная однородность» функции f влечёт положительную однородность, а значит и однородность функции.

Обозначения: R^+ – множество положительных действительных чисел, R^* – множество ненулевых действительных чисел.

Проблема. Определить подмножества Q множества R^* (или R^+) такие, чтобы выполнение равенства (1) для всех t из Q гарантировало однородность функции f (соответственно положительную однородность).

Теорема 1. Функция f однородна (положительно однородна) степени λ, если условие (1) выполнено для всех t из множества Q, порождающего мультипликативную группу R^* (соответственно R^+).

Теорема 2. Множество трансцендентных чисел всякого промежутка $[a,b]$, содержащегося в R^+, порождает мультипликативную группу R^+.

Теорема 3. Функция f однородна степени λ, если условие (1) выполнено для всех трансцендентных t из какого-либо промежутка $[a,b]$, содержащегося в $R^* \setminus R^+$ (соответственно – в R^+).

О существовании решетки доминионов в квазимногообразиях абелевых групп

С.А. Шахова

АлтГТУ, г. Барнаул

Согласно [1], доминионом подалгебры H универсальной алгебры A в полной категории M ($A \in \mathsf{M}$), обозначаемым $\mathrm{dom}_A^{\mathsf{M}}(H)$, называется множество элементов $a \in A$ таких, что $\varphi(a) = \psi(a)$ для любых морфизмов φ, ψ, $A \to M$ ($M \in \mathsf{M}$), совпадающих на H.

А.И. Будкин, исследуя доминионы в квазимногообразиях универсальных алгебр [2], распространил это понятие на случай $A \notin \mathsf{M}$ и ввел в рассмотрение множество

$$L(G,H,\mathsf{M}) = \left\{\mathrm{dom}_A^{\mathsf{N}}(H) \mid \mathsf{N} \in L_q(\mathsf{M})\right\},$$

где $L_q(\mathsf{M})$ – решетка подквазимногообразий квазимногообразия M. В [2] было доказано, что при определенных условиях множество $L(G,H,\mathsf{M})$ образует решетку относительно теоретико-множественного включения и сформулирован вопрос: существует ли такое квазимногообразие M универсальных алгебр, что для некоторых алгебр A и H множество $L(G,H,\mathsf{M})$ не образует решетку относительно теоретико-множественного включения?

Изучение этой проблемы применительно к квазимногообразиям абелевых групп показало, что среди них таких квазимногообразий нет, а верен следующий результат.

Теорема. *Для произвольного квазимногообразия M абелевых групп, группы A и ее подгруппы H множество $L(G,H,\mathsf{M})$ образует решетку относительно теоретико-множественного включения.*