$$Q \Vdash (\varphi_1 \vee \varphi_2) \Leftrightarrow (Q \Vdash \varphi_1 \wedge \neg Q \Vdash \varphi_2) \text{ или}$$
$$(Q \Vdash \varphi_2 \wedge \neg Q \Vdash \varphi_1),$$
$$\text{или } (\forall Q' \in S(Q))(Q' \Vdash \varphi_1 \wedge Q' \Vdash \varphi_2).$$

Подобная ситуация рассматривается для конъюнкции. Пусть «Джон купил автомобиль и Джон разбился» – истинное высказывание, оно является конъюнкцией двух высказываний A и B. По законам логики операция конъюнкции коммутативна, поэтому $A \wedge B$ и $B \wedge A$ одновременно истинные высказывания, но истинность $B \wedge A$ вызывает сомнение. Предлагается следующий вариант определения отношения $Q \Vdash (\varphi_1 \wedge \varphi_2)$:

$$Q \Vdash (\varphi_1 \wedge \varphi_2) \Leftrightarrow Q \Vdash \varphi_1 \wedge (\forall Q' \in S(Q))(Q' \Vdash \varphi_2).$$

Тогда формально отношения $Q \Vdash (\varphi_1 \wedge \varphi_2)$ и $Q \Vdash (\varphi_2 \wedge \varphi_1)$ не обязаны совпадать.

Высказывание: «Если студент учил предмет, то он сдаст по нему зачет», записывается в виде импликации $A \to B$, и для выяснения его истинности необходимы естественные уточнения. Например, можно добавить, что этот студент старательный, хорошо подготовленный и достаточно долго учил рассматриваемый предмет. Это наблюдение подсказывает в отношение $Q \Vdash (\varphi_1 \to \varphi_2)$ внести изменение вида $(\forall Q' \in S(Q))(Q' \Vdash \varphi_1)$ и $(Q' \Vdash \varphi_2)$.

Библиографический список

1. Коэн, П.ДЖ. Теория множеств и континуум-гипотеза / П.ДЖ. Коэн. – М. : Мир, 1969. – 347 с.

Об изоморфизме конечных локальных колец характеристики p^2, радикал Джекобсона которых имеет индекс нильпотентности четыре

Е.В. Журавлев

АлтГУ, г. Барнаул

Рассматриваемый здесь результат является продолжением исследований, начатых в работах [1–4] и посвящен необходимым и достаточным условиям существования изоморфизма между двумя произвольными кольцами указанного типа.

Если $A=(a_{ij})$ – матрица над полем F, а ρ – автоморфизм поля F, то в дальнейшем символом A^{ρ}, будем обозначать матрицу $(\rho(a_{ij}))$. Пусть A и B – матрицы над полем F размерностей $m\times n$ и $n\times k$ соответственно, и $\alpha_1,...,\alpha_m\in Aut(F)$, $n,m,k\in N$. Обозначим через $[A,B]_{(\alpha_1,...,\alpha_m)}$ матрицу $C=(c_{ij})_{m\times k}$, где $c_{ij}=a_{i1}b_{1j}^{\alpha_i}+a_{i2}b_{2j}^{\alpha_i}+...+a_{in}b_{nj}^{\alpha_i}$, $i=\overline{1,m}$, $j=\overline{1,k}$.

Пусть $R=R(A,B,C,D,\sigma_i,\theta_j,\tau_k)$ и $R=R(A,B,C,D,\sigma_i',\theta_j',\tau_k')$ два кольца конструкции B (с одинаковыми инвариантами, см. [2]).

Рассмотрим ситуацию, когда $p\in J(R)^3$.

Теорема. *$R\cong R'$ тогда и только тогда, когда существуют невырожденные матрицы $P=(p_{ij})_{s_1\times s_1}$, $R=(r_{ij})_{s_2\times s_2}$, $T=(t_{ij})_{(s_3+1)\times(s_3+1)}$, некоторые матрицы $Q=(q_{ij})_{s_2\times s_1}$, $S=(s_{ij})_{(s_3+1)\times s_2}$ и автоморфизм ρ кольца R_0 такие, что*

$$P^T\cdot[A_k',P]_{(\sigma_1',...,\sigma_{s_1}')}=\sum_{\nu=1}^{s_2}r_{k\nu}A_\nu^{\rho},\quad k=\overline{1,s_2},$$

$$P^T\cdot[B_k',P]_{(\sigma_1',...,\sigma_{s_1}')}+P^T\cdot[C_k',Q]_{(\sigma_1',...,\sigma_{s_1}')}+Q^T\cdot[D_k'^T,P]_{(\sigma_1',...,\sigma_{s_1}')}=$$

$$=\sum_{\nu=1}^{s_2}s_{k\nu}A_\nu^{\rho}+\sum_{\nu=0}^{s_3}t_{k\nu}B_\nu^{\rho},$$

$$P^T\cdot[C_k',R]_{(\sigma_1',...,\sigma_{s_1}')}=\sum_{\nu=1}^{s_2}t_{k\nu}C_\nu^{\rho},$$

$$R^T\cdot[D_k'^T,P]_{(\theta_1',...,\theta_{s_1}')}=\sum_{\nu=0}^{s_3}t_{k\nu}(D_\nu^T)^{\rho},\quad k=\overline{0,s_3}$$

и $\sigma_i=\sigma_j'$, если $p_{ji}\neq 0$; $\sigma_i=\theta_j'$, если $q_{ji}\neq 0$; $\theta_i=id_F$, если $s_{0i}\neq 0$; $\theta_i=\theta_j'$, если $r_{ji}\neq 0$; $\theta_i=\tau_j'$, если $s_{ji}\neq 0$; $\tau_i=id_F$, если $t_{0i}\neq 0$; $\tau_i=\tau_j'$, если $t_{ji}\neq 0$.

Доказательство данной теоремы, а также оставшиеся ситуации $p\in J(R)^2/J(R)^3$ и $p\in J(R)/J(R)^2$ подробно изложены в работе [1].

Библиографический список

1. Журавлев, Е.В. Об изоморфизме конечных локальных колец характеристики p^2, радикал Джекобсона которых имеет индекс нильпотентности четыре / Е.В. Журавлев // Известия АлтГУ. – 2009. – №1(61). С. 10–16.

2. Журавлев, Е.В. О классификации конечных локальных колец характеристики p^2, радикал Джекобсона которых имеет индекс нильпотентности четыре / Е.В. Журавлев // Известия АлтГУ. – 2008. – №1(57). С. 18–28.

3. Журавлев, Е.В. Локальные кольца порядка p^6 с 4-нильпотентным радикалом Джекобсона / Е.В. Журавлев // Сибирские электронные математические известия [Электронный ресурс]. – 2006. Т.3. С. 15-59. – Режим доступа: http://semr.math.nsc.ru.

4. Chikunji C.J. On a Class of Finite Rings / C.J. Chikunji // Communication in Algebra. – 1999. – V. 27(10).

Об исследовании гипотезы Мохаррама Хана

А. В. Кислицин

АлтГПА,, г. Барнаул

На протяжении работы R обозначает ассоциативное кольцо с единицей, $Z(R)$ – его центр.

Основываясь на результатах Джекобсона, Херстейна, МакХэйла, Томинаги (см. [1]), Мохаррам Хан выдвинул гипотезу: пусть R – ассоциативное кольцо с единицей, f и g – автоморфизмы R, $n > 1$ – фиксированное целое; если $f(x^{n+1}) \pm g(x^n) \in Z(R)$ для всех $x \in R$, то R коммутативно (см. [1]).

В работе [1] удалось получить положительный ответ на эту гипотезу при n = 2, 3, 4 и при ограничениях на f и g.

Продолжив исследования гипотезы Хана при n = 5, 6, в [2] было выдвинуто следующее собственное предположение.

Гипотеза. Пусть R – ассоциативное кольцо с единицей, $n > 1$ – фиксированное целое, α и β – автоморфизмы R и для всех $x \in R$ выполняется $\alpha(x^{n+1}) \pm \beta(x^n) \in Z(R)$. Тогда $2^k x \in Z(R)$ для некоторого целого положительного k. В частности, если R без 2-кручения, то оно коммутативно.

Из результатов, полученных в [1] и [2], следует, что сформулированная гипотеза справедлива при n = 1, 2, 3, 4, 5, 6.