

Оценка точности измерения технологической эффективности производственной системы на основе DEA-моделей

Д.В. Курочкин, Е.В. Понькина
АлтГУ, г. Барнаул

Непараметрический метод обволакивающей поверхности (*Data Envelopment Analysis – DEA*) предложен в 1978 г. [1] и получил широкое распространение в экономических исследованиях для оценки экономической эффективности производственных систем. DEA основан на приближении границы эффективности линейной комбинацией входов и выходов путем решения совокупности задач математического программирования. В качестве целевой функции моделей рассматривается показатель продуктивности факторов производства (*Total Factor Productivity – FTP*) как отношение линейной комбинации выходов и входов:

$$TFP_o = \frac{\text{взвешанные выходы}}{\text{взвешанные входы}} = \frac{\sum_{r=1}^R v_r y_{or}}{\sum_{s=0}^S u_s x_{os}} \rightarrow \max_{(v, u_s) \in Q_o} \quad (1)$$

Задача максимизации функционала (1) при гипотезе о том, что для сравниваемых объектов выполнено условие $TFP_j \leq 1$, образует базовую модель оценки эффективности (CCR-model), названную в честь авторов А. Чарнза (*A. Charnes*), У. Купера (*W. Cooper*) и Е. Родоса (*E. Rhodes*) [1]:

$$E_o = h_o(v, u) = \frac{\sum_{r=1}^R v_r y_{or}}{\sum_{s=0}^S u_s x_{os}} \rightarrow \max_{(v, u_s) \in Q_o} \quad (2)$$

$$Q_o = \left\{ (u, v) \in R_+^S \times R_+^R : 0 < \varepsilon \leq \frac{\sum_{r=1}^R v_r y_{jr}}{\sum_{s=0}^S u_s x_{js}} \leq 1; j = 1, \dots, n \right\},$$

где y_{jr} , x_{js} – наблюдаемые для j -го объекта выходы и входы; u_s, v_r – переменные, характеризующие вес каждого входа и выхода в общей эффективности; ε – малое положительное число.

Проблемы решения задачи (2) заключаются в дробно-линейности целевой функции, в связи с этим получена трансформация модели (2) в эквивалентную модель линейного программирования при условии

$\sum_{s=0}^S v_s x_{os} = 1$ позволила получить CCR-input модель вида:

$$Z_o = \sum_{r=1}^R u_r y_{or} \rightarrow \max_{(u,v) \in Q_o}, \quad (3)$$

$$Q_o = \left\{ (u, v) \in R_+^R \times R_+^S : \sum_{r=1}^R u_r y_{jr} - \sum_{s=1}^S v_s x_{js} \leq 0; \sum_{s=1}^S v_s x_{os} = 1; j = 1, \dots, n \right\}.$$

Решение задач (3) позволяет получить оценку технологической эффективности объектов по Фарреллу при гипотезе детерминированной природы отклонений от границы эффективности.

В литературе показано, что точность оценки эффективности на основе DEA-моделей существенно зависит от способа измерения входов и выходов, кроме того при наличии в выборке объектов существенно различающихся по масштабам производства уровень эффективности подвержен эффекту убывающей отдачи. Обзор литературы, освещающий вопросы применения DEA-моделей для оценки эффективности хозяйствующих объектов показал разнообразие подходов к измерению входов и выходов. Однако среди общего многообразия выделяются два способа: измерение входов и выходов в исходном масштабе и приведение входов и выходов на единицу масштаба производства. Ранее авторами выполнен сравнительный анализ двух способов использования исходных данных для оценки эффективности сельскохозяйственного производства [2, 3]. Первый – измерение входов и выходов приведено в расчете на 1 га площади посева (на единицу масштаба деятельности в растениеводстве). Второй – оценка эффективности с учетом фактических масштабов производства (показатели на всю площадь). Сравнительный анализ двух вариантов расчета показал, что граница эффективности – зависимость граничной продуктивности от граничных затрат на производство – более четко сформирована при учете масштабов производства и можно утверждать, что данные оценки более объективны. Кроме того, группировка предприятий в этом случае более объективно отражает их упорядочивание по величине рентабельности. Поэтому предпочтительным вариантом формирова-

ния исходных данных является их измерение в исходном масштабе деятельности.

Целью работы является оценка точности измерения технологической эффективности при использовании следующих форм измерений: В1 – измерение в исходном масштабе (x, y) и В2 – измерение в расчете на единицу выхода ($x/y, 1$). Для исследования рассмотрим 10 объектов с различными комбинациями входов и выходов (табл. 1). Предположим, что граница эффективности этих объектов описывается в соответствии с производственной функцией Кобба-Дугласа вида:

$$y = x_1^{\frac{1}{2}} x_2^{\frac{2}{5}}. \quad (4)$$

Исходные данные сформированы таким образом, чтобы пять объектов были точно расположены на границе эффективности и являлись технологически эффективными, а остальные пять объектов неэффективны и расположены вне границы, при этом все объекты имеют различный масштаб производства (от единицы выпуска, до 500). Базовой моделью оценки эффективности выступает CCR-Input (3). Главный исследовательский вопрос заключается в том, чтобы оценить влияние существенной вариации входов и выходов и способа измерения входных данных на оценку технологической эффективности на основе модели CCR-Input.

Таблица 1

Экспериментальные данные

№	В1: исходный масштаб производства			В2: масштабирование в расчете на единицу выхода		
	x1	x2	y	x1/y	x2/y	y/y
1	1,0	1,0	1	0,98	1,02	1
2	9,9	10,2	10	0,99	1,02	1
3	49,6	50,5	50	0,99	1,01	1
4	99,6	100,5	100	1,00	1,01	1
5	500,0	500,0	500	1,00	1,00	1
6	1,0	1,0	1	1,00	1,01	1
7	9,9	10,2	10	0,99	1,02	1
8	55,6	56,5	50	1,11	1,13	1
9	124,6	125,5	100	1,25	1,26	1
10	650,0	650,0	500	1,30	1,30	1
Максимум	650	650	500	1,3	1,3	1,0
Минимум	1	1	1	1,0	1,0	1,0
Среднее	150,1	150,5	132,2	1,1	1,1	1,0

Вариация	154%	153%	149%	11%	11%	0%
-----------------	-------------	-------------	-------------	------------	------------	-----------

Результаты расчета технологической эффективности приведены в таблице 2.

Таблица 2

Результаты оценки технологической эффективности (ТЕ)
на основе модели CCR-Input

№	Фактическая ТЕ	В1		В2	
		ТЕ	Погрешность	ТЕ	Погрешность
1	1	1	0	1	0
2	1	1	0	1	0
3	1	1	0	1	0
4	1	1	0	1	0
5	1	1	0	1	0
6	0,993	0,993	2,3E-06	0,993	-8,5E-06
7	0,999	0,999	8,9E-06	0,999	-8,9E-06
8	0,893	0,893	1,5E-06	0,893	-3,4E-06
9	0,800	0,800	1,3E-06	0,800	-7,6E-06
10	0,769	0,769	-2,1E-13	0,769	3,0E-13

Анализ результатов показал, что, во-первых, идентификация объектов, лежащих на границе, выполнена точно при обоих подходах подготовки данных, во-вторых, при использовании исходных данных с учетом масштабов деятельности оценки эффективности точнее. Таким образом, измерение входов и выходов в исходном масштабе является предпочтительным, т.к. в этом случае более корректно учитываются различия в масштабах деятельности и точность оценок выше.

Библиографический список

1. Charnes A., Cooper W., Rhodes E. Measuring the Efficiency of Decision Making Units. *European Journal of Operational Research*. 1978. Vol. 2. Pp. 429–444.
2. Понькина Е.В., Курочкин Д.В. Практико-ориентированное DEA-моделирование эффективности производства зерна // *Вестник Алтайского государственного аграрного университета*. – 2013. – № 9 (107). – С. 133-139.
3. Лобова С.В., Понькина Е.В. Практические аспекты измерения эффективности производства зерна на основе методологии DEA // *Финансовая аналитика: проблемы и решения*. – 2013. – №44(182). – С. 2-10.