

Случайные ультраметрические пространства¹

М.А. Львова

АлтГПА, г. Барнаул

Определение. Ультраметрическое пространство это пара (M, d) , где M множество, а d функция на нем, называемая ультраметрикой, удовлетворяющая условиям:

$d(x, x) = 0$, $d(x, y) = d(y, x)$, $d(x, z) \leq \max(d(x, y), d(y, z))$. Теория ультраметрических пространств тесно связана с теорией графов (деревьев) [1].

Теорема. Пусть M множество и определены случайные величины $\eta_{\alpha, \beta}$, где $\alpha, \beta \in M$, удовлетворяющие свойствам ультраметрики:

$$\eta_{\alpha, \alpha} = 0, \quad \eta_{\alpha, \beta} = \eta_{\beta, \alpha}, \quad \eta_{\alpha, \gamma} \leq \max(\eta_{\alpha, \beta}, \eta_{\beta, \gamma}).$$

$F_{\eta_{\alpha, \beta}, \eta_{\alpha, \gamma}, \eta_{\beta, \gamma}}(x, y, z)$ – совместная функция распределения случайных величин $\eta_{\alpha, \gamma}, \eta_{\alpha, \gamma}, \eta_{\beta, \gamma}$. Тогда справедливо соотношение:

$$F_{\eta_{\alpha, \beta}, \eta_{\alpha, \gamma}, \eta_{\beta, \gamma}}(x, y, z) = \begin{cases} F_{\eta_{\alpha, \gamma}, \eta_{\beta, \gamma}}(y, z), & x \geq y, x \geq z \\ F_{\eta_{\alpha, \beta}, \eta_{\beta, \gamma}}(x, z), & y \geq x, y \geq z \\ F_{\eta_{\alpha, \beta}, \eta_{\alpha, \gamma}}(x, y), & z \geq x, z \geq y \end{cases}$$

где $F_{\eta_{\alpha, \beta}, \eta_{\alpha, \gamma}}(x, y), F_{\eta_{\alpha, \beta}, \eta_{\beta, \gamma}}(x, z), F_{\eta_{\alpha, \gamma}, \eta_{\beta, \gamma}}(y, z)$, – совместные функции распределения случайных величин $\{\eta_{\alpha, \beta}, \eta_{\alpha, \gamma}\}, \{\eta_{\alpha, \beta}, \eta_{\beta, \gamma}\}, \{\eta_{\alpha, \gamma}, \eta_{\beta, \gamma}\}$ соответственно.

Данную теорему можно рассматривать как альтернативный подход к случайным графам [2].

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (№ 08-01-98001), Совета по грантам Президента РФ для поддержки молодых ученых и ведущих научных школ РФ (№ НШ-5682.2008.1), а также при поддержке ФЦП Научные и научно-педагогические кадры инновационной России на 2009-2013 гг. (гос. контракт № 02.740.11.0457).

Библиографический список

1. Berestrovskii, V.N. Ultrametric spaces, Proceedings on Analysis and Geometry (S. K. Vodop'ianov, ed.), Sobolev Institute Press, Novosibirsk, 2001, pp. 47–72.
2. Marchette, David J. Random graphs for statistical pattern recognition (Wiley series in probability and statistics), 2004.

Регулярность решений линейных уравнений субэллиптического типа на группах Гейзенберга

Е.А. Плотникова
НГТУ, г. Новосибирск

Исследуется вопрос о регулярности слабых решений линейных субэллиптических уравнений на группах Гейзенберга вида

$$\sum_{i=1}^{2n} X_i \left\{ \sum_{j=1}^{2n} a_{ij} X_j w + a_i w \right\} + \sum_{i=1}^{2n} b_i X_i w + aw = g + \sum_{i=1}^{2n} X_i g_i.$$

Полученные результаты обобщают результаты О.А. Ладыженской и Н.Н. Уральцевой [1].

На первом этапе вводится специальный класс функций $\mathfrak{B}(\Omega, \gamma)$ и доказывается, что $\mathfrak{B}(\Omega, \gamma)$ вкладывается в $C^\alpha(\Omega)$.

Далее показывается, что в области Джона Ω слабое решение $w \in W_{loc}^{1,2}(\Omega)$ линейного уравнения принадлежит $\mathfrak{B}(\Omega, \gamma)$, а, следовательно, $C^\alpha(\Omega)$ для некоторого $0 < \alpha < 1$.

Работа выполнена при частичной поддержке ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009-2013 гг. (гос. контракт №02.740.11.0457).

Библиографический список

1. Ладыженская О.А., Уральцева Н.Н. Линейные и квазилинейные уравнения эллиптического типа. – М. : Наука, 1973.