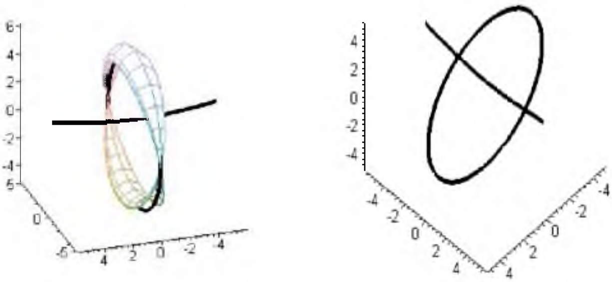
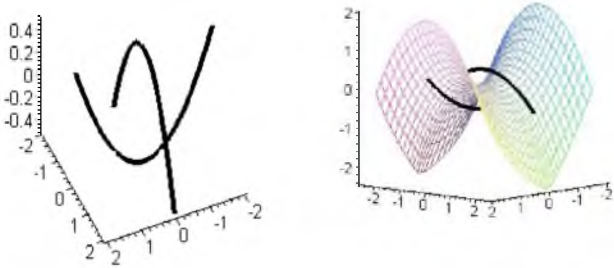


Фокальные кривые f_i^j : параболы.



Библиографический список

1. Шуликовский В.И. Классическая дифференциальная геометрия. –М., 1963. – 540 с.
2. Чешкова М.А. Дважды каналовые гиперповерхности в евклидовом пространстве // Математический сборник. – 2000. – Т.192, №6. – С. 155–160.

О конгруэнции гиперсфер, одна из огибающих гиперповерхностей которой вырождается в точку

М.А. Чешкова, Е.А. Петрова

АлтГУ, г. Барнаул

В пространстве E^{n+1} рассмотрим n-параметрическое семейство гиперсфер – *конгруэнцию гиперсфер* [1, с. 459]. Путь $M: r{=}r\left(u^1,\ldots,u^n\right)$ – гиперповерхность, описываемая центрами гиперсфер, $\rho = \rho\left(u^1,\ldots,u^n\right)$ – функция, определяющая радиусы гиперсфер.

Огибающая конгруэнции состоит из двух гиперповерхностей – M^* и $\overline{M}^*$. Их радиус-векторы соответственно равны [1, с. 460]

$$\begin{aligned} r^* &= r + \rho \cdot \left(U + \varepsilon \cdot n\right), \\ \bar{r}^* &= r + \rho \cdot \left(U - \varepsilon \cdot n\right), \end{aligned} \tag{*}$$

где $U \in TM$, $\varepsilon = \varepsilon\left(u^1,\ldots,u^n\right)$.

Предположим дальше, что одна из гиперповерхностей огибающей (например $\overline{M}^*$) вырождается в точку. Для удобства примем точку $\overline{M}^*$ за начало координат.

Найдем радиус-вектор гиперповерхности M^*.

Основание перпендикуляра, опущенного из точки $\overline{M}^*$ на касательную гиперплоскость к гиперповерхности центров, опишет подеру [2] гиперповерхности M относительно $\overline{M}^*$. Радиус-вектор точки подеры [2]:

$$r_p = \langle r, n \rangle \cdot n\ .$$

Из (*) следует, что M^* и $\overline{M}^*$ симметричны относительно касательной к M. Значит радиус-вектор точки $\overline{M}^*$ равен

$$r^* = 2 \cdot r_p = 2 \cdot \langle r, n \rangle \cdot n$$

Таким образом доказана следующая

Теорема. Пусть одна из гиперповерхностей огибающей $\overline{M}^*$ вырождается в точку. Обозначим через P подеру гиперповерхности центров конгруэнции гиперсфер относительно точки $\overline{M}^*$. Тогда вторая гиперповерхность огибающей M^* представляет собой гомотетию гиперповерхности P относительно точки $\overline{M}^*$ с коэффициентом 2.

В качестве примера рассмотрим в E^3 случай, когда M – сфера радиуса 1 с радиус-вектором

$$\begin{pmatrix} \cos u \cdot \cos v \\ \cos u \cdot \sin v \\ a + \sin u \end{pmatrix}.$$

В этом случае радиус-вектор поверхности M^* имеет вид

$$\begin{pmatrix} 2\cdot(1+a\cdot \sin u)\cdot \cos u\cdot \cos v \\ 2\cdot(1+a\cdot \sin u)\cdot \cos u\cdot \sin v \\ 2\cdot(1+a\cdot \sin u)\cdot \sin u \end{pmatrix}.$$

На рисунках 1-3 изображены сфера M, ее подера и огибающая M^* для случаев, когда соответственно $a>1$, $a=1$, $a<1$.

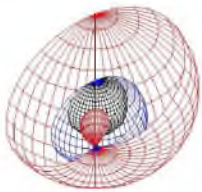


Рис. 1

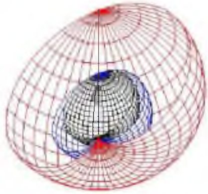


Рис. 2

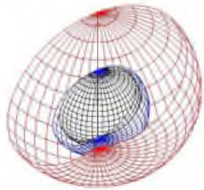


Рис. 3

Библиографический список

1. Шуликовский В.И. Классическая дифференциальная геометрия в тензорном изложении. 1963.

2. Чешкова М.А., Колышева Е.Ю. Подера // МАК–2007 : материалы десятой региональной конференции по математике. – 2007. – С. 31–32