Секция 3. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ

Локальная разрешимость уравнений одномерного движения двухфазной смеси с непостоянной истинной плотностью

И.Г. Ахмерова

АлтГУ, г. Барнаул

В докладе излагается результат о разрешимости «в малом» по времени для уравнений одномерного движения двухфазной смеси, состоящей из твердых частиц и газа с непостоянной истинной плотностью, общей температурой и в отсутствие фазовых переходов. Рассматривается следующая квазилинейная система уравнений составного типа [1, 2, 3]:

$$\frac{\partial(\rho_1^0 s)}{\partial t}+\frac{\partial(\rho_1^0 s v_1)}{\partial x}=0,\quad \frac{\partial(\rho_2^0(1-s))}{\partial t}+\frac{\partial(\rho_2^0(1-s)v_2)}{\partial x}=0,$$

$$\rho_1^0 s\left(\frac{\partial v_1}{\partial t}+v_1\frac{\partial v_1}{\partial x}\right)=-\frac{\partial(sp_1)}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\mu_1(s)\frac{\partial v_1}{\partial x}\right)+F+\rho_1^0 sg,$$

$$\rho_2^0(1-s)\left(\frac{\partial v_2}{\partial t}+v_2\frac{\partial v_2}{\partial x}\right)=-\frac{\partial((1-s)p_2)}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\mu_2(s)\frac{\partial v_2}{\partial x}\right)-F+\rho_2^0(1-s)g,$$

$$F=B(s)(v_2-v_1)+p_2\frac{\partial s}{\partial x},\quad p_1-p_2=p_c(s),\quad p_2=R\rho_2^0\theta,$$

$$c_1\rho_1^0 s\left(\frac{\partial\theta}{\partial t}+v_1\frac{\partial\theta}{\partial x}\right)+c_2\rho_2^0(1-s)\left(\frac{\partial\theta}{\partial t}+v_2\frac{\partial\theta}{\partial x}\right)=\frac{\partial}{\partial x}\left(\chi(s)\frac{\partial\theta}{\partial x}\right),$$

решаемая в области $(x,t)\in Q_T=\Omega\times(0,T)$, $\Omega=(0,1)$, при краевых и начальных условиях $(i=1,2)$

$$v_i\big|_{x=0,x=1}=0,\quad \frac{\partial\theta}{\partial x}\bigg|_{x=0,x=1}=0,\quad v_i\big|_{t=0}=v_i^0(x),$$

$$\theta(x,t)\big|_{t=0}=\theta^o(x),\ \ p_2\big|_{t=0}=p^0(x),\quad s\big|_{t=0}=s^0(x).$$

Здесь ρ_i^0, v_i – соответственно истинная плотность и скорость i-ой фазы ($i=1$-твердые частицы, $i=2$-газ); s – объемная концентрация твердых частиц; θ – абсолютная температура смеси, p_1 – эффективное давление твердых частиц, p_2 – внутреннее давление газа, g – плотность массовых сил,

$c_i = const > 0$ – теплоемкость для каждой фазы при постоянном объеме, $R = const > 0$ – универсальная газовая постоянная; кроме того $\mu_i(s)$ – коэффициент динамической вязкости для каждой из фаз, F – обмен импульсом между фазами, $B(s)$ – коэффициент взаимодействия фаз, $\chi(s)$ – коэффициент теплопроводности смеси, $p_c(s)$ – разность давлений (заданные функции).

Доказана локальная разрешимость по времени для начально–краевой задачи в случае, когда ρ_2^0 – функция давления и температуры, а $\rho_1^0 = const > 0$.

Теорема: Пусть данные задачи подчиняются следующим условиям:

1. Функции $\mu_i(s), B(s), p_c(s), \chi(s)$ и их производные непрерывны для $s \in (0,1)$.

2. Функции g и начальные функции $s^0, \theta^0, p^0, v_i^0$ удовлетворяют следующим условиям гладкости: $g \in C^{1+\alpha,\alpha/2}(\overline{Q_T})$, $s^0 \in C^{1+\alpha}(\overline{\Omega})$, $(v_i^0, \theta^0, p^0) \in C^{2+\alpha}(\overline{\Omega})$ и условиями согласования: $v_i^0\Big|_{x=0,x=1} =$

$= \theta^0{}_x\Big|_{x=0,x=1} = p^0{}_x\Big|_{x=0,x=1} = 0$, а также удовлетворяет неравенствам $0 < m_1 \le p^0(x), \theta^0(x) \le M_1 < \infty$, $0 < m_0 \le s^0(x) \le M_0 < 1$, $x \in \overline{\Omega}$, где m_0, M_0, m_1, M_1 -известные положительные постоянные.

Тогда задача имеет классическое локальное решение, т.е. существует значение t_0 такое, что $\rho(x,t) \in C^{1+\alpha}(Q_{t_0})$, $(v_i(x,t), \rho_2^0, \theta(x,t)) \in$

$\in C^{2+\alpha,1+\alpha/2}(Q_{t_0}), i = 1,2.$ Более того $0 < s(x,t) < 1, \rho_2^0(x,t) > 0, \theta(x,t) > 0$ в Q_{t_0}.

Работа выполнена при финансовой поддержке аналитической ведомственной целевой программы «Развитие научного потенциала высшей школы (2009-2010 годы)» (код проекта №2.2.2.4/4278).

Библиографический список

1. Gard S.K., Pritchett J.W. Dynamics of gas-fluidized beds. Journal of Applied Physics, Vol. 46, №10, October 1975.

2. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. Ч. 1, 2. – М.: Наука, 1987.

3. Juray De Wilde, Denis Constales, Geraldine J. Heynderickx, Guy B. Marin Assessment of filtered gas-solid momentum transfer models via a linear wave propagation speed test. International journal of multiphase flow 33 (2007). – 616–637.

Применение метода конечных элементов к задачам о напряженном состоянии вязкоупругих горных пород

М.В. Банушкин

АлтГУ, г. Барнаул

Ряд экспериментов и наблюдений показывает, что горные породы в коре мантии проявляют как упругие свойства (в процессах с характерными временными интервалами 1–10^4 лет), так и свойства вязкой жидкости (10^{11}–10^{17} лет) [1]. Следовательно, их поведение можно исследовать, пользуясь моделью вязкоупругого твердого тела.

На основании сейсмологической концепции о том, что землетрясение в пределах земной коры возникает в результате излучения упругих волн динамически распространяющимся разрывом сдвигового типа, ранее было численно исследовано формирование линий сдвига в упругой среде [2]. Полученные результаты расчетов хорошо согласуются с данными экспериментальных наблюдений, а также с теоретически ожидаемыми.

В данной работе рассматриваются различные модели вязкоупругих тел для изучения горных пород, на основе метода конечных элементов [3] разрабатывается алгоритм численного счета, который позволит продолжить исследование процесса локализации сдвигов применительно к вязкоупругим средам.

Библиографический список

1. Теркот Д., Шуберт Дж. Геодинамика. Геологические приложения физики сплошных сред / Д. Теркот,. – М.: Мир, 1985. – 736 с.

2. Банушкин М.В., Бушманова О.П. О численном моделировании макроразрывов сдвигового типа // Известия АлтГУ. – 2010.

3. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. – М. : Мир, 1975. – 541 с.