

## Автомодельная задача управления составом материала в процессе затвердевания

Ю.С. Ковалева, А.Г. Петрова  
АлтГУ, г. Барнаул

Диаграмма фазового состояния утверждает, что в процессе затвердевания бинарного сплава концентрация примеси терпит скачок на границе фазового перехода.

На данном факте основаны способы очистки материала от примеси. Цель работы заключается в определении температурного режима на границе фазового перехода (жидкое состояние → твердое состояние) по известному постоянному распределению примеси в конце процесса в автомодельной постановке задачи для системы *Ga-Ge*.

Постановка задачи:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_i}{\partial t} &= a_i^2 \frac{\partial^2 u_i}{\partial x^2}, \quad i \in \{s, l\}, \quad \frac{\partial c_l}{\partial t} = D_l \frac{\partial^2 c_l}{\partial x^2} \\ u_l(x, 0) &= u_l^0, \quad c_s(x, T) = c_s, \\ c_l(x, 0) &= c_l^0, \end{aligned}$$

На границе раздела фаз

$$\begin{aligned} u_s &= m_s c_s = m_l c_l = u_l, \quad x = s(t), \quad t \in (0, T) \\ s'(t) &= \kappa_s \frac{\partial u_s}{\partial x} - \kappa_l \frac{\partial u_l}{\partial x}, \quad x = s(t), \quad t \in (0, T) \\ s'(t)(c_s - c_l) &= D_l \frac{\partial u_l}{\partial x}, \quad x = s(t), \quad t \in (0, T) \end{aligned}$$

Найти температуру на внешней границе твердой фазы  $u_s(0, t)$ , перейдя к автомодельным переменным  $\xi = x / \sqrt{t}$ ,  $s(t) = \beta \sqrt{t}$ .

Используя аналитическое выражение автомодельного решения поставленной задачи [1] и известные константы для сплава *Ga-Ge* [2], для разных концентраций примеси в затвердевшей части находятся соответствующие граничные режимы охлаждения.

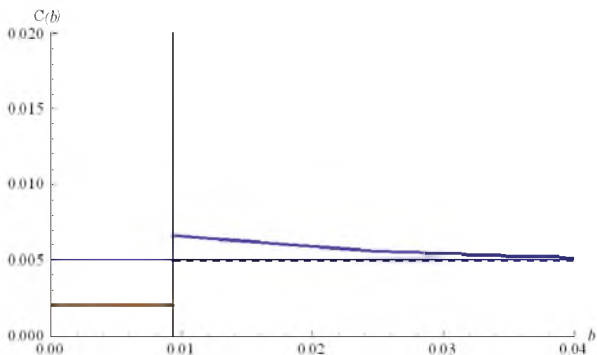


Рис. 1. График изменения концентрации примеси при  $c_s=0.002$

### Библиографический список

1. Петрова А.Г. Задачи с фазовыми переходами в гетерогенных средах : монография. – Барнаул, 2009.
2. Лякишев Н.П., Банных О.А., Рохлин Л.Л. и др. Диаграммы состояний двойных металлических систем. Справочник: в 3 т.: Т. 2. – М.: Машиностроение, 1997.

## Метод численного решения уравнений Навье – Стокса в естественных переменных

*А.С. Кузиков*  
СибАГС, г. Барнаул

Предлагается метод численного расчета задач протекания вязкой однородной жидкости в криволинейных каналах. Разностная схема, аппроксимирующая систему уравнений Навье – Стокса, получена методом конечных элементов и методом баланса. Краевая задача сформулирована как задача управления, где давление является управляющей функцией, а минимизируемым функционалом – норма дивергенции вектора скорости. Для решения этой задачи применяется градиентный метод. Предложен метод определения оптимальных итерационных параметров, соответствующий методу скорейшего спуска.