Метод решения обратных задач трансзвуковой газовой динамики

С.С. Кузиков
АлтГУ, г. Барнаул

В работе рассматриваются обратные задачи для плоских стационарных околозвуковых течений газа, т.е. задачи заключающейся в определении формы профиля обтекаемого потоком газа по заданному на его контуре распределению давления или модуля скорости. Исследованием различных вариантов обратных задач и приближенным методам решения посвящено большое количество работ, подробный обзор которых можно найти [1, 2]. Данный тип задач имеет большое прикладное значение, т.к. методы их решения могут быть использованы при построении сопел, эжекторов, аэродинамических труб.

В данной работе с помощью специального выбора независимых переменных и искомых функций [3] исходная задача приводится к построению решения квазилинейной симметрической системы уравнений первого порядка. Предлагается численный метод решения задачи построения обтекаемых непроницаемых кривых с заданными на них модулями скорости или давления.

Библиографический список

1. Елизаров А.М., Ильинский Н.Б., Поташев А.В. Обратные краевые задачи аэродинамики. – М., 1994.
2. Елизаров А.М., Ильинский Н.Б., Поташев А.В. Основные методы, результаты, приложения и нерешенные проблемы теории обратных краевых задач аэрогидродинамки // Труды Математического центра Н.И. Лобачевского. – 2001. – Т. 10.
3. Кузиков С.С. Об одном методе расчета околозвуковых течений в плоских соплах. // Динамика сплошной среды. – Новосибирск, 1976. – Т. 25

Автомодельное решение и разрешимость одномерной задачи фильтрации жидкости в вязкоупругой горной породе

А.А. Папин, М.А. Токарева
АлтГУ, г. Барнаул

Уравнения механики сплошной среды привлекают математиков многообразием постановок задач, сложностью их решения, а также разнообразием методов исследования. В последнее время все больше внимания уделяется моделям, учитывающим эффекты неоднофазности. Многофазные течения существенны для широкого круга задач. Во всех этих задачах имеются отличительные характеристики, которые делают невозможным единый подход к многофазному моделированию. Поэтому в настоящее время насчитывается много различных моделей многофазных смесей. Все они являются весьма сложными как с теоретической точки зрения, так и в отношении использования для решения конкретных задач. Одна из таких моделей – модель движения жидкости в вязкоупругой горной породе.

Насыщенная жидкостью пористая среда рассматривается как двухфазная система, состоящая из пористой деформируемой матрицы, объемная концентрация которой равна $1-\varphi$ (φ – пористость), и жидкости. В основу математической модели положены уравнения сохранения массы для каждой из фаз, закон Дарси для жидкой фазы и реологический закон для вязкоупругой среды [1, 2, 3]:

$$\frac{\partial\left(1-\varphi\right)\rho_s}{\partial t}+\mathrm{div}\left((1-\varphi)\rho_s\vec{v}_s\right)=0,$$

$$\frac{\partial(\varphi\rho_f)}{\partial t}+\mathrm{div}\left(\varphi\rho_f\vec{v}_f\right)=0,$$

$$\varphi(\vec{v}_f-\vec{v}_s)=-\frac{k\varphi^n}{\mu}(\nabla p_f+\rho_f\vec{g}),$$

$$\frac{1}{1-\phi}\frac{d\phi}{dt}=-\frac{\phi^m}{\eta}p_e-\phi^b\beta_\phi\frac{dp_e}{dt},$$

$$p_{tot}=\varphi p_f+(1-\varphi)p_s\,;p_e=(1-\varphi)(p_s-p_f),$$

где ρ_f, ρ_s, $\vec{v}_f$, $\vec{v}_s$, p_f, p_s – соответственно истинные плотности, скорости и давления жидкости и пористой среды; $\vec{g}$ – плотность массовых сил; p_e – эффективное давление; k – проницаемость; μ – вязкость жидкости, β_φ - сжимаемость пор, η – сдвиговая вязкость горной породы; $d/dt=\partial/\partial t+\vec{v}_s\cdot\nabla$. Истинная плотность горной породы ρ_s принимается постоянной, а общее давление p_{tot} задано. Система уравнений замыкается либо заданием уравнения состояния жидкости $p_f=p(\rho_f)$, либо предположением о несжимаемости, т.е. $\rho_f=const>0$.

В докладе излагаются результаты о разрешимости краевых задач для приведенной системы уравнений [4].

Работа выполнена при финансовой поддержке аналитической ведомственной целевой программы «Развитие научного потенциала высшей школы (2009-2010 годы)» (код проекта № 2.2.2.4/4278).

Библиографический список

1. Николаевский В.Н. Геомеханика и флюидодинамика // М.: Недра, 1996. – 447 с.

2. Connolly J.A.D., Podladchikov Yu. Yu., Compaction-driven fluid flow in viscoelastic rock // Geodinamica Acta, 1998, Vol. 11, 2-3, P. 55-84.

3. Бэр Я., Заславски Д., Ирмей С., Физико-математические основы фильтрации воды. – М.: Мир, 1971. – 452 с.

4. Папин А.А., Токарева М.А. Модельная задача о движении сжимаемой жидкости в вязкоупругой горной породе // Известия АлтГУ, Барнаул, 2010. №1 (65). – С. 35-37.

Применение метода конечных элементов к задаче об упругой области с отверстиями

А.В. Устюжанова
АлтГУ, Барнаул

Метод конечных элементов [1] является одним из эффективных методов решения задач теории упругости.

В данной работе рассматривается применение метода конечных элементов (МКЭ) к определению напряженно-деформированного состояния материала вокруг отверстий. Аналитический метод исследования такой задачи представлено в монографии [2]. В алгоритме численного решения с помощью МКЭ можно выделить следующие этапы. На первом этапе необходимо произвести разбиение исследуемой области на конечные элементы. Далее строится матрица жесткости и решается система алгебраических уравнений относительно неизвестных узловых перемещений (основная программа). На завершающем этапе происходит обработка полученных результатов.

Разработаны универсальные программы для построения сеток. Прямоугольная область разбивается прямыми линиями на треугольные элементы. При этом граничные точки отверстий являются узловыми.

Алгоритм построения сетки позволяет учитывать форму и размеры отверстия, а также их количество. В качестве основных форм отверстий были рассмотрены: круг (задаются центр и радиус); арка, состоящая из полукруга и прямоугольника (задаются центр, радиус полукруга и высота прямоугольника). Номера граничных узлов и номера элементов, расположенных внутри отверстий, записываются в отдельные файлы, которые затем используются в