Исследование разрешимости и коррекция интервальной линейной задачи о допусках

А.В. Крючков
АлтГУ, Барнаул

Пусть дана интервальная СЛАУ $Ax = b$. Допусковым множеством решений данной системы называется множество

$$^{\Xi}tol(A,b) = \left\{ x \in \mathbb{R}^n \,\middle|\, (\forall \in A)(\exists b \in b)(Ax = b) \right\}.$$

Точное описание данного множества является трудоемкой задачей, поэтому на практике оно сводится к решению задачи внутреннего оценивания множества $^{\Xi}tol(A,b)$: найти (по возможности, больший) брус $U \in \mathbb{R}^n$ со сторонами, параллельными осям координат, содержащийся в допусковом множестве решений интервальной системы уравнений $Ax = b$.

Для построения такого бруса требуется некоторая начальная точка из допускового множества решений системы. Также желательно, чтобы принадлежность этой точки допусковому множеству решений была устойчива к малым колебаниям входных данных. Для получения такой точки а также проверки задачи на разрешимость применяется метод безусловной максимизации так называемого распознающего функционала:

$$Tol(x; A, b) = \min_{1 \le i \le m} \left\{ rad\ b_j - \left| mid\ \ b_j \sum_{j=1}^{n} a_{ij}\, x_j \right| \right\} \to \max_{x \in \mathbb{R}^n}.$$

Для решения поставленной задачи безусловной максимизации был применен метод обобщенного градиентного спуска, для чего был разработан алгоритм вычисления субградиента распознающего функционала в любой точке.

Если линейная задача о допусках

– неразрешима, то ее можно сделать разрешимой, расширив вектор правой части либо сузив элементы матрицы системы;

– разрешима, то можно вычислить запас устойчивости разрешимого состояния путем сужения вектора правой части либо уширения элементов матрицы системы.

В ходе работы были реализованы алгоритмы коррекции вектора правой части и матрицы системы. Если алгоритм коррекции вектора правой части уже был известен (см.: [1]), то для наиболее плавного хода коррекции матрицы системы была поставлена задача нелинейного программирования, решение которой можно получить стандартными функциями из MATLAB или SciLab.

Библиографический список

1. Шарый С.П. Конечномерный интервальный анализ. Новосибирск: XYZ, 2010. URL: www.nsc.ru/interval

Динамическое распределение ресурсов в линейной стохастической задаче

М.В. Куркина

Югорский госуниверситет, г. Ханты-Мансийск, Россия

В книге [4] разбирается простой пример стохастической модели динамического программирования, в данной работе дано ее обобщение, аналитическое решение, проведено численное исследование с использованием системы MatLab. Пусть функции $f_i(X)$ и $\phi_i(X)$ (функции дохода и возврата средств соответственно), линейные $f_i(X) = h_i X$, $\phi_i(X) = r_i X$; где коэффициенты $h_i > 0$, $r_i > 0$, $i = 1, 2, \dots, m$, случайные величины, функция распределения которых известны, то есть на каждом шаге фиксируется управление, а коэффициенты $h_i > 0$, $r_i > 0$ есть случайные величины независящие от управления. Требуется составить план управления обеспечивающий максимальное значение математического ожидания дохода полученного от m предприятий в течении n лет равен.

Так как математическое ожидание суммы случайных величин равно сумме математических ожиданий, то для данной постановки задачи также справедлив принцип оптимальности Беллмана [1–2]. Справедлива теорема определяющая вид функций условного оптимального дохода $Z^*(y,n)$

Теорема 1. Функции условного оптимального дохода $Z^*(y,k)$ также будут линейные $Z^*(y,k) = H_k y$, при этом коэффициенты H_k находятся рекуррентно;

$$H_n = \lambda(0),\ H_{n-1} = \lambda(H_n),\ \cdots,\ H_1 = \lambda(H_2),$$

с помощью функции $\lambda(x) = \max\limits_{1 \le i \le m} \left(\mathbf{M}[h_i] + \mathbf{M}[r_i] x \right)$ – верхней огибающей линейных функций. Здесь коэффициенты $\mathbf{M}[h_i]$ и $\mathbf{M}[r_i]$ – математическое ожидание случайных величин.

Замечание. Из аналитического решения следует, что предприятия, для которых выполняется строгое неравенство