ведением подгрупп вида H^a (a из A). Пусть еще пересечение A и M неединичное и содержится в коммутанте G' группы G. Если C – свободное произведение в классе N группы G на G с объединенной подгруппой H, то пересечение этих свободных сомножителей группы C совпадает с H.

Об одном базисе конечных автоматов

Н.В. Белякин, В.А. Ганов
Институт математики СО РАН, г. Новосибирск,
АлтГУ, г. Барнаул

В данной работе ставится вопрос о необходимости уточнения понятия алгоритмической неразрешимости. В качестве примера используются логические сети, описанные в работе [1]. В ней строится базис **C**, содержащий 117 конечных автоматов специального вида, рассматриваются логические сети над **C** и доказывается нерекурсивность этого базиса. Наглядно такой автомат является черным ящиком, имеющим по одному или по два входа и выхода, они разделяются на четыре вида, как на рисунке 1. В свою очередь входы и выходы различаются на главные и вспомогательные, (первые изображаются сплошными и вторые – пунктирными стрелками).

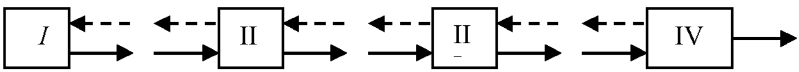

Рис. 1

По принципу работы эти автоматы являются так называемыми *автоматами Мура*, каждый из них имеет внешний алфавит для входных и выходных букв и внутренний алфавит состояний. В любой момент времени автомат типа *II* находится в некотором внутреннем состоянии q_t и на его входах расположены некоторые буквы x_1, x_2. Тогда на следующем такте он переходит в некоторое состояние q_s и на его соответствующие выходы поступают буквы y_1, y_2. Это действие означает, что автомат выполнил команду следующего вида:

$$q_t : (x_1, x_2) \to (q_s, y_1, y_2)\,. \qquad (1)$$

Программа автомата типа *II* состоит из конечного множества команд вида (1), не содержащего различных команд с одинаковыми левыми частями. Аналогично определяются работа и программа автоматов типа *I* , *III* и *IV*.

Вводится специальное *состояние поломки* q_ω, в которое автомат переходит при нарушении некоторых условий, и в дальнейшем он не выходит из этого состояния. Говорят, что автомат *работает правильно*, если в процессе работы он не переходит в состояние q_ω.

Логической сетью над **С** называется граф с ориентированными ребрами двух сортов и вершинами. В вершинах располагаются автоматы базиса **С**, ребра изображают соединение входов и выходов этих автоматов. Предполагается, что соединять можно вспомогательные выходы со вспомогательными входами и главные выходы с главными входами. Для каждой сети фиксируются один главный выход и один главный вход. Внешний алфавит для всех автоматов одинаковый, а внутренний алфавит у каждого автомата свой. В первый момент все автоматы сети находятся в начальном состоянии, на вход сети подается некоторая последовательность букв рассматриваемого алфавита, результатом работы сети является последовательность символов, поступающая на выход сети. *Логическая сеть работает правильно*, если для любой входной последовательности ее автоматы работают правильно.

Программы автоматов составлены в соответствии с правилами вывода слов в *нормальном исчислении Поста* L_4 ([2], с. 302). При этом каждому правилу вывода V исчисления L_4 соответствует автомат типа *II*, обозначаемый через II_V, и каждой букве x алфавита A соответствуют автоматы типа *III* и *IV*, обозначаемые через III_x и IV_x. Произвольному слову $P = x_1 ... x_{k-1} x_k$ и последовательности правил вывода $V_1,...,V_m$ ставится в соответствие логическая сеть, указанная на рисунке 2. Доказывается, что эта сеть работает правильно тогда и только тогда, когда слово P выводимо в L_4 из фиксированного слова *feam* с помощью данной последовательности правил. Этим доказывается нерекурсивность базиса **С**.

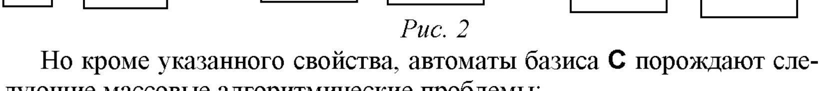

Рис. 2

Но кроме указанного свойства, автоматы базиса **С** порождают следующие массовые алгоритмические проблемы:

- какой длины могут быть слова P, для которых указанная логическая сеть работает правильно;

• можно ли доопределить данные автоматы так, чтобы они принимали состояние поломки, если составленная из них сеть становится длиннее, чем некоторая величина;

• можно ли создать базис, при котором соответствующие логические сети выполняли бы прежнюю роль, но он состоял бы из автоматов базиса **С**, имеющих одинаковое число состояний;

• можно ли создать базис, подобный **С**, но состоящий из автономных автоматов;

• существует ли алгоритм, позволяющий распознавать правильно работающие логические сети по некоторым количественным параметрам эти сетей.

Возможно, что эти вопросы легко решаемы, но главное в том, что их объединяет следующая цель. Показать, что рассматриваемые построения можно осуществить не в языке классической арифметики Пеано, а в языке некоторой локально конечной системы (см. например, [3]). И когда это все будет сделано, то можно будет поставить вопрос об уточнении самого понятия алгоритмической неразрешимости.

Библиографический список

1. Кратко М.И. О существовании нерекурсивных базисов конечных автоматов // Алгебра и логика. – 1964. – Т.3, №2. –С. 33-44.

2. Марков А.А. Теория алгоритмов // Труды матем. ин-та АН СССР им. В.А. Стеклова. М.-Л. : Изд. АН СССР, 1954. – Т.42.

3. Mycielski J. Locally finite theories // The Journal of Symbolic Logic. – 1986. – V. 51, №5. – P. 625-633.

2-Структура ранга 3 геометрического типа и группа

А.Н. Бородин

ГАГПИ, г. Горно-Алтайск

Рассмотрим множество всех упорядоченных пар $\{<ij>\}$, состоящих из двух произвольных точек i и j координатной прямой $\Re$. Каждой такой упорядоченной паре $<ij>$ можно сопоставить длину ориентированного отрезка l_{ij} с вершинами в этих точках:

$$l_{ij} = x_j - x_i . \qquad (1)$$

Известно [1], что между тремя расстояниями тройки существует связь: хотя ее точки произвольны, а длины трех ориентированных от-