

мере, из двух элементов, и строить по оставшимся новые кластерные разбиения. Коэффициенты кластерных различий между ними и исходным разбиением  $A$  будем обозначать  $K_T$ . Признаком того, что мы нашли набор связанных между собой и значимо влияющих на кластерную структуру характеристик будет то, что коэффициент  $K_T$  окажется в ряду сравнений между двумя «индивидуальными» коэффициентами:  $K_i > K_T > K_j$ , причем последние существенно отличаются от 0.

В этой ситуации следует считать все характеристики, составляющие  $T$ , равно значимыми и помещающимися по значимости между  $i$ -й и  $j$ -й характеристиками. Дополним ряд сравнений «коллективными» коэффициентами  $K_T$ . Первая из поставленных задач решена.

Если же решается задача сокращения размерности с точки зрения наименьшего искажения кластерной структуры, то сначала следует определиться с размерностью итоговой задачи  $q$  (обычно  $q=2$ , реже 3). Затем в качестве новых координат выбираются  $q$  характеристик, коэффициенты кластерных различий которых возглавляют ряд сравнений. Если в число выбранных попали «групповые» коэффициенты  $K_T$ , то из каждого такого множества  $T$  характеристик в список новых координат берется одна (любая).

### **Библиографический список**

1. Burns R.P., Burns R. Business Research Methods and Statistics Using SPSS. SAGE Publications Ltd, 2008.
2. StatSoft Electronic Statistics Textbook <http://www.statsoft.com/textbook/cluster-analysis/>.
3. Айвазян С.А., Бухштабер В.М., Енюков И.С., Мешалкин Л.Д. Прикладная статистика: классификация и снижение размерности. М.: Финансы и статистика, 1989.

### **Формула взаимной зависимости сторон треугольника с вершинами в замечательных точках ортоцентрического симплекса**

*А.А. Дудкин*  
АлтГПА, г. Барнаул

Получено следующее утверждение для ортоцентрического симплекса произвольной размерности  $n \geq 2$  в евклидовом пространстве.

**Теорема.** Пусть  $R$  и  $O$  – радиус и центр описанной сферы ортоцентрического симплекса размерности  $n$  в евклидовом пространстве,  $r$  и  $T$

– радиус и центр вписанной сферы симплекса,  $M$  – его центроид. Тогда стороны треугольника  $OTM$  связаны формулой:

$$2n OT^2 = (n+1)(OM^2 + n TM^2) + (n-1)(R^2 - n^2 r^2).$$

**Следствие 1.** Пусть  $R$  и  $O$  – радиус и центр описанной окружности произвольного треугольника,  $r$  и  $T$  – радиус и центр вписанной окружности,  $M$  – центроид треугольника. Тогда стороны треугольника  $OTM$  связаны формулой:

$$4 OT^2 = 3 (OM^2 + 2 TM^2) + R^2 - 4r^2.$$

**Следствие 2.** Пусть  $R$  и  $O$  – радиус и центр описанной сферы ортоцентрического тетраэдра,  $r$  и  $T$  – радиус и центр вписанной сферы тетраэдра,  $M$  – его центроид. Тогда стороны треугольника  $OTM$  связаны формулой:

$$3 OT^2 = 2 (OM^2 + 3 TM^2) + R^2 - 9r^2.$$

## Свойства псевдовекторного произведения

*Е.И. Кузнецова*

*АлтГУ, г. Барнаул*

Пусть  $R^3 = \{(x^1, x^2, x^3) \mid x^1, x^2, x^3 \in R\}$  – трехмерное векторное пространство, и  $\vec{x} = (x^1, x^2, x^3)$ ,  $\vec{y} = (y^1, y^2, y^3)$  – два вектора в  $R^3$ . Тогда псевдоскалярное произведение в ортобазисе определяется [1,2] следующим образом:  $\langle \vec{x}, \vec{y} \rangle = -x^1 y^1 + x^2 y^2 + x^3 y^3$ .

Пространство с определенным на нем псевдоскалярным произведением  $(R^3, \langle \cdot, \cdot \rangle)$  называется [1] трехмерным псевдоевклидовым пространством. Обозначается  $R_1^3$ .

В псевдоевклидовом пространстве  $R_1^3$  введем псевдовекторное произведение [2]:

$$\vec{a} \wedge \vec{b} = \begin{vmatrix} -e_1 & e_2 & e_3 \\ a^1 & a^2 & a^3 \\ b^1 & b^2 & b^3 \end{vmatrix} = (a^3 b^2 - a^2 b^3, a^3 b^1 - a^1 b^3, a^1 b^2 - a^2 b^1).$$