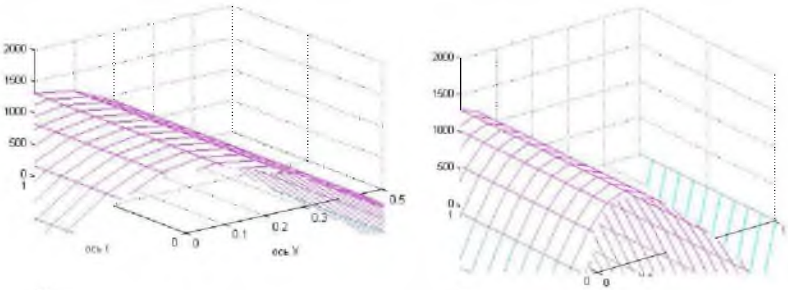
Для анализа динамики формирования распределения паров воды в верхнем слое почвы и распределения адсорбированной влаги применялся метод решения с использованием программы MATLAB 7.0.

В данных расчетах мы приняли, что: $A_0 = 1$; $a = 0,15$; $b = 0,2$; $\Delta x = 0,1$; $\Delta t = 0,1$ и получили следующие распределения.



а б

Распределение концентрации паров (а) и адсорбированной влаги (б) в верхнем горизонте почвы

Выводы

1. При достижении равновесного состояния в верхней части рыхлого почвенного слоя формируется участок с повышенным содержанием влаги.

2. Теплоизоляция, является как бы защитным экраном и препятствует извлечению влаги из более глубоких горизонтов, поскольку на данном участке изменяется знак концентрационного градиента воды в почве.

3. Вода в почве на глубине более 10 см может эффективно использоваться растениями, особенно в условиях засухи и высоких температур. Величины a, b могут быть оценены экспериментально для разных видов почвы и разных погодных условий, что позволит производить расчеты, обеспечивающие новые технологические приемы в растениеводстве.

О матрицах систем и сходимости интервального метода Гаусса-Зейделя

В.С. Дронов
АлтГУ, г. Барнаул

Методы интервального анализа, исторически возникшие на стыке математики и информатики, достаточно давно и успешно применяются к различным задачам и моделям, содержащим неопределённости, поддающиеся количественной оценке. Для действительного случая существует хорошо развитый вычислительный аппарат для работы с моделями, сводимыми к системам интервальных уравнений. Тем не менее, многие задачи со схожим типом неопределённости требуют работы с моделями, содержащими комплексные элементы (см, например, [1] или [2]).

В работе [3] было рассмотрено обобщение интервального аналога метода Гаусса-Зейделя с действительного случая на случай комплексных круговых интервалов, и доказано, что класс матриц, на котором можно гарантировать благоприятные свойства метода для внешней оценки множества решений, ограничен классом К-матриц, определяемых следующим образом: квадратная матрица комплексных круговых интервалов (возможно, вырожденных) размерности n называется К-матрицей если $\forall b$ – центрированного на 0 вектора, $|\sum_{i \neq j} a_{ij} b_j| < |a_{ii} b_i|$, $i=1..n$. Подобное определение, однако, не слишком удобно с практической точки зрения; тем не менее, искать удобный признак для того, что данная матрица является К-матрицей не имеет смысла, по причинам, о которых будет сказано ниже.

В той же работе было показано, что если матрица системы линейных уравнений не относится к классу К-матриц, то метод Гаусса-Зейделя может «застопориваться» (то есть прекращать улучшать оценку множества решений, вне зависимости от его настоящей структуры) на оценках сколь угодно большой ширины, если рассматривается система уравнений с нулевой правой частью.

Тем не менее, свойства операций над комплексными интервалами менее благоприятны, чем в действительном случае. Имеет место следующее

Утверждение: *класс К-матриц пуст, за исключением матриц с вырожденными элементами (нулевого радиуса) вне главной диагонали.*

Таким образом, применение метода Гаусса-Зейделя к системам вида $Ax = 0$, вообще говоря, не гарантирует отсутствия «застопоривания» метода. Ситуация несколько улучшается для систем с правой частью, на которую наложены дополнительные условия. Утверждается, что если матрица А будет «достаточно близкой» к К-матрице, а ширина ширина интервалов правой части будет отличаться от нуля, то при дополнительном условии на ширину интервалов начального приближения можно утверждать работоспособность метода.

Более точно, для матриц системы необходимо выполнение следующего условия:

$$\max\left\{\frac{\mathrm{mid}(a_{ii})+\mathrm{rad}^2(a_{ii})}{\mathrm{mid}^2(a_{ii})-\mathrm{rad}^2(a_{ii})}\right\} < c < \min\left\{\mathrm{rad}(b_i)\right\},\ i=1\ldots n$$

в стандартных обозначениях (A – матрица системы, b- вектор правой части) – в противном случае можно утверждать существование примера, на котором метод Гаусса-Зейделя остановится на заведомо неоптимальном приближении.

Таким образом, в случае комплексных круговых интервалов, аналог метода Гаусса-Зейделя работает на более узком классе матриц, нежели в действительном случае, а его использование на «классических» системах с нулевой правой частью вообще не гарантирует оптимальности результата.

Библиографический список

1. Y. Candau, T. Raissi, N. Ramdani and L. Ibos. Complex interval arithmetic using polar form // Reliable Computing. – 2006. – №1.
2. Ибрагимов А.А Интервальные итерационные методы для расчёта установившихся режимов электрических систем. – http://conf.nsc.ru/niknik-90/reportview/40436.
3. Дронов В.С. О методе Гаусса-Зейделя в случае комплексных круговых интервалов // Известия АлтГУ. – Барнаул, 2011. – №1.

О равновесии по Нэшу в игре при разной информированности[1]

А.В. Жариков

АлтГУ, г. Барнаул

Пусть $S_i \subseteq I_m = \{1,\ldots,m\}$ – совокупность индексов, определяющих информационную структуру для i-го игрока, имеющего стратегию $x_i = x_i(d_i)$, $d_i = (\omega_j)_{j\in S_i}$, $i \in I_n = \{1,2,\ldots,n\}$.

Условие разной информированности игроков[1, 2]:

$$\frac{\partial x_i(d_i)}{\partial \omega_j} = 0,\ j \notin S_i, i \in I_n .$$

Множество допустимых стратегий примет вид

$$X = \prod_{i\in I_n} X_i, x_i \in X_i, X \subset C^1[\Omega, \mathrm{R}^n], \omega \in \Omega \subset \mathrm{R}^n .$$

[1] Работа выполнена при поддержке ведомственно-аналитической программы «Развитие научного потенциала высшей школы 2009-2011» №2.2.2.4/4278.