

К вопросу постановки граничных условий в задаче течения нелинейной вязкоупругой жидкости с учетом проскальзывания¹

*Пышнограй И.Г.
АлтГТУ, г. Барнаул*

Задача математического моделирования течений растворов и расплавов линейных полимеров является одной из важнейших задач современного естествознания. Ее решение включает в себя ряд этапов: получение реологического определяющего соотношения и запись на его основе системы уравнений в частных производных для описания динамики полимерных жидкостей; постановка начальных и граничных условий для конкретной задачи и решение полученной краевой задачи. На каждом из этих этапов полимерные среды демонстрируют ряд специфических особенностей отличающих их от обычных, ньютоновских жидкостей. В частности, это аномалия вязкости, первая и вторая разности нормальных напряжений, немонотонное установление сдвиговых напряжений и пр. Эти особенности могут быть учтены при формулировке реологического определяющего соотношения и достаточно хорошо изучены, например, на основе модифицированной реологической модели Покровского-Виноградова. Вместе с тем некоторые полимеры демонстрируют аномальное поведение при взаимодействии с поверхностями раздела, а именно, проскальзывание. Этот эффект может быть учтен при формулировке граничных условий на этапе математической постановки задачи. В данной работе это сделано для задачи о плоскопараллельном течении полимерной жидкости с учетом проскальзывания.

При этом, следует отметить, что изучению этого вопроса посвящено большое количество работ, где отмечается наличие двух подходов к изучению этого явления.

Первый подход заключается в детальном изучении и учете молекулярных свойств контактирующих сред, формулировке механизма возникновения проскальзывания и проверке адекватности предложенного подхода. Причем результаты для разных физических систем имеют много общего, что указывает на возможность единого подхода к исследованию этого эффекта.

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 09-01-00293).

Второй подход заключается в задании в явном виде скорости скольжения на стенке, которая в общем случае является функцией напряжения на стенке, геометрических размеров и температуры. Причем указанная зависимость скорости скольжения на стенке от перечисленных факторов находится из вискозиметрических измерений.

С математической точки зрения результат каждого из подходов приводит к зависимостям, которые берутся из обрабатываемых экспериментальных данных. При этом в качестве аргумента можно выбрать не только напряжение на стенке, но и градиент давления или удельный расход и выбор той или иной функции в исследуемой зависимости определяется удобством использования этого закона в расчетах.

При моделировании течений растворов и расплавов линейных полимеров важную роль играет формулировка реологического определяющего соотношения, которое устанавливает связь между кинематическими характеристиками потока и внутренними термодинамическими параметрами. Ранее была предложена, исходя из микроструктурных представлений, простая реологическая модель, которая названа модифицированная реологическая модель Покровского-Виноградова. Эта модель проверялась на соответствие вискозиметрическим течениям реальных полимерных жидкостей и путем расчета наложения малых осциллирующих колебаний на простое сдвиговое течение в параллельном и ортогональном сдвигу направлениях. При проведении численного эксперимента были получены зависимости тензора напряжений от градиентов скорости и от времени, что позволило выполнить расчеты составляющих комплексного модуля сдвига, динамической вязкости и угла динамических потерь в зависимости от частоты вынуждающих колебаний, скорости сдвига и числа Деборы (De). Полученные зависимости сравнивались с экспериментальными данными, взятыми из литературных источников, что показало качественное соответствие теории и эксперимента.

Также на основе этой реологической модели были рассчитаны вторичные течения в каналах прямоугольного сечения. Также было рассмотрено стационарное течение в гладкой круглой трубе под действием постоянного перепада давления. При этом система уравнений для решения полной гидродинамической задачи была записана в цилиндрической системе координат.

В настоящей работе была решена задача об определении профиля скорости нелинейной вязкоупругой жидкости, движущейся в зазоре между параллельными плоскостями под действием постоянного перепада давления при наличии проскальзывания.

При этом, было рассмотрено теперь как влияют параметры модели на вид получаемых зависимостей. Для этого были зафиксированы масштабные параметры и варьировались параметры учитывающие в уравнениях динамики макромолекулы размеры и форму макромолекулярного клубка. Результаты расчетов зависимости расхода от градиента давления при различных значениях параметра анизотропии показывают, что с его ростом растет отклонение зависимости расхода от закона Пуазейля. При этом на зависимостях соответствующих учету проскальзывания появляется излом, который связан с используемой аппроксимацией для значений скорости на стенке. При этом кривые соответствующие учету проскальзывания расположены выше кривых построенных с учетом прилипания на стенке.

Для того чтобы провести сравнение с экспериментальными данными, заметим, что часто в работах отсутствуют данные о значениях градиента давления и поэтому для его определения следует использовать зависимости удельного расхода от перепада давления и по известным значениям расхода определять значения градиента давления, а затем с его помощью рассчитать профили скорости. В работе приведено сравнение экспериментальных и теоретических зависимостей для профиля скорости в зазоре между параллельными плоскостями.

Таким образом, показана принципиальная возможность учета влияния проскальзывания в модифицированной реологической модели Покровского-Виноградова. Вместе с тем полученные соотношения не могут быть использованы для расчетов течений с произвольной геометрией. Поэтому далее были найдены зависимости скорости на стенке от сдвиговых напряжений на стенке. Используя эти зависимости были рассчитаны профили скорости в зазоре между параллельными плоскостями, при этом была решена система обыкновенных дифференциальных уравнений с нелинейными граничными условиями.

Таким образом, в рассмотренном случае плоского течения Пуазейля при учете проскальзывания полимерного материала на границе, система уравнений модифицированной модели Виноградова - Покровского описывает непараболический профиль скорости в зазоре между параллельными пластинами, что подтверждается экспериментальными данными. Полученные при этом зависимости могут быть использованы при разработке численных методов 2-мерных и 3-мерных течений в качестве начального приближения входного и выходного профилей, при моделировании течений полимерных жидкостей в зазоре между параллельными плоскостями, например, при формировании тонких пленок.