УДК 512.54

О квазимногообразиях групп аксиоматического ранга не выше трех

А.А. Лебедев
АлтГУ, г. Барнаул

Зафиксируем квазимногообразие R. Условимся через $T_Q^n(M)$ обозначать множество всех квазитождеств от n переменных $x_1,\dots,x_n$, истинных в классе M. Пусть $\sum$ – произвольное множество квазитождеств. Через $Mod_R(\sum)$ будем обозначать класс всех групп из R, в каждой из которых истинны все формулы из $\sum$.

Говорят, что *аксиоматический ранг* квазимногообразия M равен n относительно квазимногообразия R, если n наименьшее число для которого $M= Mod_R(T_Q^n(M))$. Если такого натурального числа n не существует, то, по определению, аксиоматический ранг квазимногообразия M относительно R равен ∞.

Относительно теоретико-множественного включения квазимногообразия аксиоматического ранга не выше n образуют решетку, которую обозначим через $L_q^n(M)$. Аксиоматические ранги квазимногообразий изучались многими авторами, см., например, в [1–4].

Рассмотрим многообразие M групп, заданное тождествами

$$(\forall x)(x^3 = 1),$$
$$(\forall x)(\forall y)(\forall z)([x,y,z] = 1).$$

Цель работы – найти описание решетки $L_q^3(M)$.

В работе найден список неабелевых 3-порожденных групп из M. Он состоит из следующих групп: M-свободные ранга 2 и ранга 3 группы F_2 и F_3, $F_2 \times Z_3$, где Z_3 – циклическая группа порядка 3. Используя этот факт, доказана следующая

Теорема. *$L_q^3(M)$ – трехэлементная цепь.*

Библиографический список

1. Будкин А.И. Квазимногообразия групп: монография.– Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2002. – 339 с.

2. Будкин А.И. Аксиоматический ранг квазимногообразия, содержащего свободную разрешимую группу // Матем. сб. – 1980. – Т. 112, №4. – С. 647-655.

3. Будкин А.И. Аксиоматический ранг квазимногообразия правоупорядочиваемых групп // Алгебра и логика. – 1986. – Т. 25, №5. – С. 499-507.

4. Половникова Е.С. Об аксиоматическом ранге квазимногообразий // Сиб. матем. ж. – 1999. – Т.40, №1. – С. 167-176.

УДК 512.57

Об одном многообразии Леви экспоненты 2р

В.В. Лодейщикова

АлтГТУ им. И.И. Ползунова, г. Барнаул

Для некоторого класса групп M обозначим через $L(M)$ класс всех групп G, в которых нормальное замыкание $(x)^G$ любого элемента x из G принадлежит M. Класс $L(M)$ групп будем называть классом Леви, порожденным М. Классы Леви были введены в работе Л.К. Каппе [1] под влиянием работы Ф. Леви [2], в которой дана классификация групп с абелевыми нормальными замыканиями вида $(x)^G$. Р.Ф. Морсом [3] доказано, что если M – многообразие групп, то $L(M)$ также многообразие групп. Из работы А.И. Будкина [4] следует, что если M – квазимногообразие групп, то $L(M)$ также является квазимногообразием групп.

Как обычно, $varK$ – многообразие, порождённое классом групп K, qK – квазимногообразие, порождённое классом групп. Обозначим через N_c многообразие нильпотентных групп ступени не выше c, через $F_n(M)$ свободную группу ранга n в квазимногообразии M, через $Syl_p(G)$ – некоторую силовскую p-подгруппу группы G.

А.И. Будкин [4] доказал, что если K – произвольное множество нильпотентных групп ступени 2 без элементов порядков 2 и 5, и в каждой группе из K централизатор любого элемента, не принадлежащего центру этой группы, является абелевой подгруппой, то $L(qK)$ содержится в N_3. В действительности, в доказательстве этого результата отсутствие элементов порядка 5 нужно было только для установления того, что всякая 3-порожденная группа из $L(qK)$ нильпотентна класса не выше 4, поэтому в работе А.И. Будкина и Л.В. Тараниной [5] данный результат был усилен и доказана аналогичная теорема для произвольного множества нильпотентных групп ступени 2 без элементов порядка 2.