характеристическую функцию и строит С-ядро, находим решение задачи.

С-ядро в нашем случае, представляет собой выпуклый многогранник с 16 вершинами (рис. 2).

$$\left\{\frac{17}{6},\frac{823}{78},\frac{47}{6}\right\},\left\{\frac{17}{6},\frac{823}{78},\frac{1283}{78}\right\},\left\{\frac{17}{6},\frac{115}{6},\frac{47}{6}\right\},\left\{\frac{148}{13},2,\frac{953}{85}\right\},$$
$$\left\{\frac{148}{13},2,\frac{1879}{117}\right\},\left\{\frac{12418}{765},2,\frac{953}{85}\right\},\left\{\frac{101}{12},\frac{3727}{340},\frac{9}{4}\right\},\left\{\frac{101}{12},\frac{199}{12},\frac{9}{4}\right\},$$
$$\left\{\frac{4773}{340},\frac{3727}{340},\frac{9}{4}\right\},\left\{11,\frac{95}{9},\frac{148}{9}\right\},\{11,14,13\},\left\{\frac{130}{9},\frac{95}{9},13\right\},$$
$$\left\{\frac{35933}{6630},\frac{52807}{6630},\frac{34787}{6630}\right\},\left\{\frac{809}{117},\frac{757}{117},\frac{2402}{117}\right\},$$
$$\left\{\frac{13}{3},\frac{62}{3},\frac{19}{3}\right\},\left\{\frac{30013}{1530},\frac{8237}{1530},\frac{11977}{1530}\right\}.$$

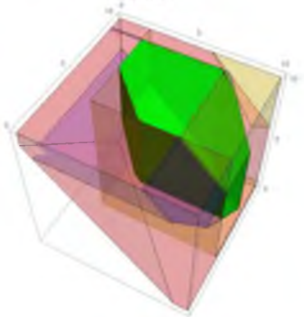

Рис. 2. С-ядро

Библиографический список

1. Воробьев Н.Н.. Теория игр. – М.: Наука, 1985. – 274 с.

УДК 514.765

Об однородных инвариантных солитонах Риччи на четырехмерных группах Ли

П.Н. Клепиков, Д.Н. Оскорбин, Е.Д. Родионов
АлтГУ, г. Барнаул

Исследованию инвариантных тензорных полей на однородных пространствах посвящены работы многих математиков (см., например, [1–20]). Важным обобщением эйнштейновых метрик (см. [1]) на римановых многообразиях являются солитоны Риччи, которые были впервые рассмотрены Гамильтоном [2]. Солитоны Риччи связаны с решениями уравнения потока Риччи. Однородная риманова метрика на однородном пространстве, которая удовлетворяет уравнению солитона Риччи, называется однородным солитоном Риччи. Такие метрики исследованы в работах многих математиков (см., например, [3]). Классификация однородных солитонов Риччи известна в малых размерностях и не является исчерпывающей [4].

Известно, что на трехмерных группах Ли с левоинвариантной римановой метрикой уравнение солитона Риччи не имеет решений в классе левоинвариантных векторных полей. Аналогичный факт доказан для унимодулярных групп Ли с левоинвариантной римановой метрикой любых конечных размерностей (подробнее в [6]). Однако для неунимодулярных метрических групп Ли размерностей выше трех вопрос существования нетривиальных однородных солитонов Риччи в классе левоинвариантных векторных полей, или однородных инвариантных солитонов Риччи, остается открытым.

В данной статье получен ответ на этот вопрос в размерности 4. При помощи обобщенных базисов Дж. Милнора, построенных в [5], уравнение однородного солитона Риччи сведено к системе полиномиальных уравнений. С помощью базисов Гребнера доказано отсутствие нетривиальных однородных солитонов Риччи в классе левоинвариантных векторных полей на четырехмерных метрических группах Ли.

Работа выполнена при содействии Совета по грантам Президента РФ (грант НШ–2263.2014.1), гранта Правительства РФ (госконтракт № 14.B25.31.0029), гранта Министерства образования и науки РФ (код проекта: 1148).

Библиографический список

1. Бессе А. Многообразия Эйнштейна : в 2 т. ; пер. с англ. – М. : Мир, – 1990.

2. Hamilton R.S. The Ricci flow on surfaces // Contemporary Mathematics. – 1988. – V. 71. – P. 237–261.

3. Jablonski M., Homogeneous Ricci solitons // arXiv: 1109.6556v2 [math.DG] 25 Apr 2013.

4. Arroyo R., Lafuente R., Homogeneous Ricci solitons in low dimensions// arXiv: 1312.7461v1 [math.DG] 28 Dec 2013.

5. Клепиков П.Н., Оскорбин Д.Н. Обобщенные базисы Милнора некоторых 4-мерных вещественных метрических алгебр Ли // Ломоносовские чтения на Алтае: фундаментальные проблемы науки и образования : избранные труды международной конференции, Барнаул, 11-14 ноября, 2014. – Барнаул : Изд-во Алт. ун-та, 2014.

6. Luca Di Cerbo. Generic properties of homogeneous Ricci solitons // Adv. Geom. – 2014. – V. 14(2). – P. 225–237.

6. Nikonorov Yu.G., Rodionov E.D. Compact Homogeneous Einstein 6-manifolds // Differential Geometry and its Applications. – 2003. – V. 19, № 3. – P. 369–378.

7. Родионов Е.Д. Эйнштейновы метрики на четырехмерных однородных пространствах, допускающих однородную риманову метрику положительной секционной кривизны // Сибирский математический журнал. – 1991. – Т. 32, № 3. – С. 126.

8. Родионов Е.Д., Славский В.В. Локально конформно однородные пространства // Доклады Академии наук. – 2002. – Т. 387, № 3. – С. 314.

9. Гладунова О.П., Родионов Е.Д., Славский В.В. О конформно полуплоских 4-мерных группах Ли // Владикавказский математический журнал. – 2011. – Т. 13, № 3. – С. 3–16.

10. Никоноров Ю.Г., Родионов Е.Д., Славский В.В. Геометрия однородных римановых многообразий // Современная математика и ее приложения. – 2006. – Т. 37. – С. 1.

11. Воронов Д.С., Родионов Е.Д. Левоинвариантные римановы метрики на четырехмерных неунимодулярных группах Ли с нулевой дивергенцией тензора Вейля // Доклады Академии наук. – 2010. – Т. 432, № 3. – С. 301–303.

12. Nikonorov Yu.G., Rodionov E.D. Compact 6-dimensional Homogeneous Einstein Manifolds // Doklady Mathematics. – 1999. – V. 336. – P. 599.

13. Родионов Е.Д., Славский В.В., Чибрикова Л.Н. Левоинвариантные лоренцевы метрки на 3-мерных группах Ли с нулевым квадратом длины тензора Схоутена-Вейля // Вестник Алтайской государственной педагогической академии. – 2004. – № 4-3. – С. 53–60.

14. Родионов Е.Д. Однородные римановы многообразия с метрикой Эйнштейна. Автореферат диссертации на соискание ученой степени доктора физико-математических наук / Новосибирск, 1994.

15. Rodionov E.D. Simply Connected Compact Five-dimensional Homogeneous Einstein Manifolds // Siberian Mathematical Journal. – 1994. – V. 35. – P. 163.

16. Nikonorov Y.G., Rodionov E.D. Standard Homogeneous Einstein Manifolds and Diophantine Equations // Archiv der Mathematik. – 1996. – V. 32. – P. 123.

17. Родионов Е.Д. Стандартные однородные многообразия Эйнштейна // Доклады Академии наук. – 1993. – Т. 328, № 2. – С. 147.

18. Родионов Е.Д., Славский В.В. Одномерная секционная кривизна римановых многообразий // Доклады Академии наук. – 2002. – Т. 387, № 4. – С. 454.

19. Никоноров Ю.Г., Родионов Е.Д. Компактные шестимерные однородные многообразия Эйнштейна // Доклады Академии наук. – 1999. – Т. 366, № 5. – С. 599–601.

УДК 514.765

Спектры операторов кривизны некоторых четырехмерных групп Ли с левоинвариантной римановой метрикой

П.Н. Клепиков, Д.Н. Оскорбин, Е.Д. Родионов
АлтГУ, г. Барнаул

При исследовании римановых многообразий важную роль играют операторы кривизны: оператор Риччи, оператор одномерной кривизны и оператор секционной кривизны. Изучение их свойств представляет интерес в понимании геометрического и топологического строения однородного риманова многообразия (см., например, [1]). Естественно попытаться отыскать общие свойства операторов кривизны. В частности, представляет интерес отыскать спектры операторов кривизны.

Ранее оператор Риччи и его спектр на группах Ли и однородных пространствах изучался в работах Дж. Милнора, В.Н. Берестовского, А.Г.Кремлева и Ю.Г.Никонорова [3, 7, 9, 13, 16], а спектры операторов одномерной и секционной кривизн изучались в работах Д.Н.Оскорбина, Е.Д.Родионова, О.П.Хромовой (см., например, [4–6, 8, 10–12, 14, 15]). Однако, в размерности не менее 4 все еще не решен ряд задач, связанных со спектром операторов кривизны на метрических группах Ли. Так, например, на четырехмерных метрических группах Ли не найдены формулы для вычисления спектра оператора Риччи через структурные константы метрических алгебр Ли, подобно тому, как это делал Дж.Милнор в трехмерном случае.

Проблема определения спектров операторов кривизны левоинвариантных римановых метрик на заданной группе Ли является локальной, так как операторы кривизны действуют на алгебре Ли группы Ли. Поэтому естественно переформулировать задачу в терминах метрических алгебр Ли. Именно, определить спектры операторов Риччи, одномерной и секционной кривизн для всевозможных скалярных произведений на заданной алгебре Ли в терминах ее структурных констант.