

18. Родионов Е.Д., Славский В.В. Одномерная секционная кривизна римановых многообразий // Доклады Академии наук. – 2002. – Т. 387, № 4. – С. 454.

19. Никоноров Ю.Г., Родионов Е.Д. Компактные шестимерные однородные многообразия Эйнштейна // Доклады Академии наук. – 1999. – Т. 366, № 5. – С. 599–601.

**УДК 514.765**

**Спектры операторов кривизны некоторых  
четырёхмерных групп Ли  
с левоинвариантной римановой метрикой**

*П.Н. Клепиков, Д.Н. Оскорбин, Е.Д. Родионов  
АлтГУ, г. Барнаул*

При исследовании римановых многообразий важную роль играют операторы кривизны: оператор Риччи, оператор одномерной кривизны и оператор секционной кривизны. Изучение их свойств представляет интерес в понимании геометрического и топологического строения однородного риманова многообразия (см., например, [1]). Естественно попытаться отыскать общие свойства операторов кривизны. В частности, представляет интерес отыскать спектры операторов кривизны.

Ранее оператор Риччи и его спектр на группах Ли и однородных пространствах изучался в работах Дж. Милнора, В.Н. Берестовского, А.Г.Кремлева и Ю.Г.Никонорова [3, 7, 9, 13, 16], а спектры операторов одномерной и секционной кривизн изучались в работах Д.Н.Оскорбина, Е.Д.Родионова, О.П.Хромовой (см., например, [4–6, 8, 10–12, 14, 15]). Однако, в размерности не менее 4 все еще не решен ряд задач, связанных со спектром операторов кривизны на метрических группах Ли. Так, например, на четырехмерных метрических группах Ли не найдены формулы для вычисления спектра оператора Риччи через структурные константы метрических алгебр Ли, подобно тому, как это делал Дж.Милнор в трехмерном случае.

Проблема определения спектров операторов кривизны левоинвариантных римановых метрик на заданной группе Ли является локальной, так как операторы кривизны действуют на алгебре Ли группы Ли. Поэтому естественно переформулировать задачу в терминах метрических алгебр Ли. Именно, определить спектры операторов Риччи, одномерной и секционной кривизн для всевозможных скалярных произведений на заданной алгебре Ли в терминах ее структурных констант.

В данной работе, с использованием техники обобщенных базисов Дж. Милнора, построенных в [2], вычислены спектры операторов Риччи, одномерной кривизны и секционной кривизны некоторых четырехмерных метрических алгебр Ли.

Работа выполнена при содействии Совета по грантам Президента РФ (грант НШ-2263.2014.1), гранта Правительства РФ (госконтракт № 14.В25.31.0029), гранта Министерства образования и науки РФ (код проекта: 1148).

### **Библиографический список**

1. Бессе А. Многообразия Эйнштейна : в 2 т. ; пер. с англ. // М. : Мир, – 1990.

2. Клепиков П.Н., Оскорбин Д.Н. Обобщенные базисы Милнора некоторых 4-мерных вещественных метрических алгебр Ли // Ломоносовские чтения на Алтае: фундаментальные проблемы науки и образования : избранные труды международной конференции, Барнаул, 11-14 ноября, 2014. – Барнаул : Изд-во Алт. ун-та, 2014.

3. Nikonorov Yu.G., Rodionov E.D. Compact Homogeneous Einstein 6-manifolds // Differential Geometry and its Applications. – 2003. – V. 19, № 3. – P. 369–378.

4. Родионов Е.Д. Эйнштейновы метрики на четырехмерных однородных пространствах, допускающих однородную риманову метрику положительной секционной кривизны // Сибирский математический журнал. – 1991. – Т. 32, № 3. – С. 126.

5. Родионов Е.Д., Славский В.В. Локально конформно однородные пространства // Доклады Академии наук. – 2002. – Т. 387, № 3. – С. 314.

6. Gladunova O.P., Rodionov E.D., Slavskiy V.V. О конформно полуплоских 4-мерных группах Ли // Владикавказский математический журнал. – 2011. – Т. 13, № 3. – С. 3–16.

7. Никоноров Ю.Г., Родионов Е.Д., Славский В.В. Геометрия однородных римановых многообразий // Современная математика и ее приложения. – 2006. – Т. 37. – С. 1.

8. Воронов Д.С., Родионов Е.Д. Левоинвариантные римановы метрики на четырехмерных неунимодулярных группах Ли с нулевой дивергенцией тензора Вейля // Доклады Академии наук. – 2010. – Т. 432, № 3. – С. 301–303.

9. Nikonorov Yu.G., Rodionov E.D. Compact 6-dimensional Homogeneous Einstein Manifolds // Doklady Mathematics. – 1999. – V. 336. – P. 599.

10. Родионов Е.Д., Славский В.В., Чибрикова Л.Н. Левоинвариантные лоренцевы метрики на 3-мерных группах Ли с нулевым квадратом длины тензора Схоутена-Вейля // Вестник Алтайской государственной педагогической академии. – 2004. – № 4-3. – С. 53–60.

11. Родионов Е.Д. Однородные римановы многообразия с метрикой Эйнштейна. Автореферат диссертации на соискание ученой степени доктора физико-математических наук / Новосибирск, 1994.

12. Rodionov E.D. Simply Connected Compact Five-dimensional Homogeneous Einstein Manifolds // Siberian Mathematical Journal. – 1994. – V. 35. – P. 163.

13. Nikonorov Y.G., Rodionov E.D. Standard Homogeneous Einstein Manifolds and Diophantine Equations // Archiv der Mathematik. – 1996. – V. 32. – P. 123.

14. Родионов Е.Д. Стандартные однородные многообразия Эйнштейна // Доклады Академии наук. – 1993. – Т. 328, № 2. – С. 147.

15. Родионов Е.Д., Славский В.В. Одномерная секционная кривизна римановых многообразий // Доклады Академии наук. – 2002. – Т. 387, № 4. – С. 454.

16. Никоноров Ю.Г., Родионов Е.Д. Компактные шестимерные однородные многообразия Эйнштейна // Доклады Академии наук. – 1999. – Т. 366, № 5. – С. 599–601.

**УДК 514.765**

## **О собственных значениях оператора тензора кривизны Риччи левоинвариантных лоренцевых метрик трехмерных групп Ли**

*П.Н. Клеников, С.В. Пастухова, О.П. Хромова*  
*АлтГУ, г. Барнаул*

При исследовании однородных (псевдо)римановых многообразий  $(M, g)$  и инвариантных тензорных полей на них (см. подробнее [1-14]) важную роль играют тензор кривизны Риччи  $r$  и оператор Риччи  $Ric$ , связанные между собой тождеством:

$$r(X, Y) = g(Ric(X), Y),$$

где  $X, Y$  – гладкие векторные поля на  $M$ .

В случае метрических групп Ли собственные значения оператора Риччи изучались в работах [15-18]. Так, Дж.Милнор в работе [15] исследовал вопрос о влиянии знака кривизны Риччи на топологическое строение группы Ли с левоинвариантной римановой метрикой, а также