10. Родионов Е.Д., Славский В.В., Чибрикова Л.Н. Левоинвариантные лоренцевы метрки на 3-мерных группах Ли с нулевым квадратом длины тензора Схоутена-Вейля // Вестник Алтайской государственной педагогической академии. – 2004. – № 4-3. – С. 53–60.

11. Родионов Е.Д. Однородные римановы многообразия с метрикой Эйнштейна. Автореферат диссертации на соискание ученой степени доктора физико-математических наук / Новосибирск, 1994.

12. Rodionov E.D. Simply Connected Compact Five-dimensional Homogeneous Einstein Manifolds // Siberian Mathematical Journal. – 1994. – V. 35. – P. 163.

13. Nikonorov Y.G., Rodionov E.D. Standard Homogeneous Einstein Manifolds and Diophantine Equations // Archiv der Mathematik. – 1996. – V. 32. – P. 123.

14. Родионов Е.Д. Стандартные однородные многообразия Эйнштейна // Доклады Академии наук. – 1993. – Т. 328, № 2. – С. 147.

15. Родионов Е.Д., Славский В.В. Одномерная секционная кривизна римановых многообразий // Доклады Академии наук. – 2002. – Т. 387, № 4. – С. 454.

16. Никоноров Ю.Г., Родионов Е.Д. Компактные шестимерные однородные многообразия Эйнштейна // Доклады Академии наук. – 1999. – Т. 366, № 5. – С. 599–601.

УДК 514.765

О собственных значениях оператора тензора кривизны Риччи левоинвариантных лоренцевых метрик трехмерных групп Ли

П.Н. Клепиков, С.В. Пастухова, О.П. Хромова

АлтГУ, г. Барнаул

При исследовании однородных (псевдо)римановых многообразий (M,g) и инвариантных тензорных полей на них (см. подробнее [1-14]) важную роль играют тензор кривизны Риччи r и оператор Риччи Ric, связанные между собой тождеством:

$$r(X,Y) = g(Ric(X),Y),$$

где X, Y – гладкие векторные поля на M.

В случае метрических групп Ли собственные значения оператора Риччи изучались в работах [15-18]. Так, Дж.Милнор в работе [15] исследовал вопрос о влиянии знака кривизны Риччи на топологическое строение группы Ли с левоинвариантной римановой метрикой, а также указал возможные типы сигнатур оператора Риччи в случае трехмерных групп Ли с левоинвариантной римановой метрикой. Аналогичные результаты в случае оператора одномерной кривизны получены Е.Д.Родионовым и В.В.Славским в работе [5].

Позднее в работе [16] О.Ковальский и С. Никшевич исследовали локально однородные 3-многообразия, а также трехмерные метрические группы Ли с предписанными значениями спектра оператора Риччи. В работах [17-18] Ю.Г. Никоноров и А.Г. Кремлев определили возможные сигнатуры спектра оператора Риччи левоинвариантных римановых метрик на четырехмерных группах Ли. Для трехмерных групп Ли с левоинвариантными лоренцевыми метриками и локально однородных лоренцевых 3-многообразий хорошо известна работа О. Ковальского и Г. Кальварузо о предписанных значениях оператора Риччи [19].

Ситуация представляется менее очевидной в случае групп Ли с левоинвариантными лоренцевыми метриками в виду того, что оператор Ric может иметь как действительные, так и комплексно сопряженные собственные значения. Однако, представляется возможным наряду с оператором Ric рассматривать самосопряженный оператор R, соответствующий матрице тензора Риччи r.

В данной работе исследованы и определены возможные сигнатуры оператора R на трехмерных группах Ли с левоинвариантной лоренцевой метрикой, а также найдены 3-мерные метрические алгебры Ли с предписанными значениями оператора R.

Работа выполнена при поддержке Совета по грантам Президента РФ (грант НШ–2263.2014.1), Правительства РФ (госконтракт №14.B25.31.0029), Министерства образования и науки РФ (код проекта: 1148).

Библиографический список

1. Nikonorov Yu.G., Rodionov E.D. Compact homogeneous Einstein 6-manifolds // Differential Geometry and its Applications. – 2003. – V. 19, №3. – P. 369-378.

2. Родионов Е.Д. Эйнштейновы метрики на четномерных однородных пространствах, допускающих однородную риманову метрику положительной секционной кривизны // Сиб. матем. журн. – 1991. – Т. 32, №3. – С. 126-131.

3. Родионов Е.Д., Славский В.В. Локально конформно однородные пространства // Доклады Академии наук. – 2002. – Т. 387, №3. – С. 314.

4. Гладунова О.П., Родионов Е.Д., Славский В.В. О конформно полуилоских 4-мерных группах Ли // Владикавказский математический журнал. – 2011. – Т. 13, № 3. – С. 3-16.

5. Никоноров Ю.Г., Родионов Е.Д., Славский В.В. Геометрия однородных римановых многообразий // Современная математика и ее приложения. – 2006. – Т. 37.– С. 1-78.

6. Voronov D.S., Rodionov E.D. Left-invariant riemannian metrics on four-dimensional nonunimodular lie groups with zero-divergence Weyl tensor // Doklady Mathematics. – 2010. – V. 81, № 3. – P. 392-394.

7. NikonorovYu.G., Rodionov E.D. Compact 6-dimensional homogeneous Einstein manifolds // Doklady Mathematics. – 1999. – V. 336. – P. 599.

8. Родионов Е.Д., Славский В.В., Чибрикова Л.Н. Локально конформно однородные псевдоримановы пространства // Матем. труды. – 2006. – Т. 9(1). – С. 130-168.

9. Родионов Е.Д. Однородные римановы многообразия с метрикой Эйнштейна : автореф. дис. … доктора физико-математических наук. – Новосибирск, 1994.

10. Rodionov E.D. Simply connected compact five-dimensional homogeneous Einstein manifolds// Siberian Mathematical Journal. – 1994. – V. 35. – P. 163-168.

11. Nikonorov Y.G., Rodionov E.D. Standard homogeneous Einstein manifolds and Diophantine equations // Archiv der Mathematik. – 1996. – V. 32. – P. 123-136.

12. Rodionov E.D. Standard homogeneous Einstein manifolds // Доклады Академии наук. – 1993. – V. 328, № 2. – P. 147-149.

13. Родионов Е.Д., Славский В.В. Одномерная секционная кривизна римановых многообразий // Доклады Академии наук. – 2002. – Т. 387, №4. – С. 454.

14. Nikonorov Yu.G., Rodionov E.D. Six-dimensional compact homogeneous Einstein manifolds // Doklady Mathematics. – 1999. – V. 59, №3. – P. 451-453.

15. Milnor J. Curvature of left invariant metric on Lie groups// Advances in mathematics. – 1976. – V. 21. – P. 293-329.

16. Kowalski O., Nikcevic S. On Ricci eigenvalues of locally homogeneous Riemann 3-manifolds // Geom. Dedicata. – 1996. – №1. – P. 65-72.

17. Кремлев А.Г., Никоноров Ю.Г. Сигнатура кривизны Риччи левоинвариантных римановых метрик на четырехмерных группах Ли. Унимодулярный случай // Мат. труды. – 2008. – Т.11, №2. – С.115-147.

18. Кремлев А.Г., Никоноров Ю.Г. Сигнатура кривизны Риччи левоинвариантных римановых метрик на четырехмерных группах Ли.

Неунимодулярный случай // Мат. труды. – 2009. – Т. 12, №1. – С.40-113.

19. Calvaruso G., Kowalski O. On the Ricci operator of locally homogeneous Lorentzian 3-manifolds // Cent. Eur. J. Math. – 2009. – V. 7(1). – P. 124-139.

УДК 514.765

О факторах и конформно-плоских метриках неотрицательной одномерной кривизны

М.В.Куркина, Е.Д. Родионов, В.В. Славский

ЮгорГУ, г. Х.-Мансийск; АлтГУ, г. Барнаул;

ЮгорГУ, г. Х.-Мансийск

Локально конформно-плоская структура на римановых многообразиях естественным образом обобщает изотермическую систему координат римановых поверхностей и аналитически определяется одной функцией – фактором. Это делает такие римановы многообразия наиболее привлекательными с точки зрения математического анализа.

В работах Ю.Г. Решетняка [1, 2, 3] было дано аналитическое описание двумерных многообразий ограниченной интегральной кривизны в терминах изотермических координат. Многомерным обобщением двумерных многообразий с локально изотермической координатной системой являются конформно-плоские римановы многообразия. Поэтому, одной из важных задач римановой геометрии является проблема описания конформно плоских римановых многообразий - подкласса локально конформно однородных пространств. Исследованию данных многообразий посвящены работы многих математиков: М.А. Акивиса-В.В. Гольдберга, Н. Кюйпера, Д.В. Алексеевского-Б.Н. Кимельфельда, Е.Д. Родионова-В.В. Славского (подробнее см. обзор [8]). Хотя задача классификации конформно плоских римановых многообразий в полном объеме и не решена, имеются важные классы римановых пространств, для которых дан исчерпывающий ответ [8]. В общем случае получены результаты, устанавливающие связь между конформно плоскими метриками ограниченной кривизны на сфере и выпуклыми множествами пространства Лобачевского [8]. Поэтому представляет интерес исследование как выпуклых множеств в пространстве Лобачевского, так и конформно плоских римановых метрик ограниченной кривизны с помощью выпуклых многогранников в пространстве Лобачевского, или многогранных конформно плоских метрик. Надежду на