Неунимодулярный случай // Мат. труды. – 2009. – Т. 12, №1. – С.40-113.

19. Calvaruso G., Kowalski O. On the Ricci operator of locally homogeneous Lorentzian 3-manifolds // Cent. Eur. J. Math. – 2009. – V. 7(1). – P. 124-139.

УДК 514.765

О факторах и конформно-плоских метриках неотрицательной одномерной кривизны

М.В.Куркина, Е.Д. Родионов, В.В. Славский
ЮгорГУ, г. Х.-Мансийск; АлтГУ, г. Барнаул;
ЮгорГУ, г. Х.-Мансийск

Локально конформно-плоская структура на римановых многообразиях естественным образом обобщает изотермическую систему координат римановых поверхностей и аналитически определяется одной функцией – фактором. Это делает такие римановы многообразия наиболее привлекательными с точки зрения математического анализа.

В работах Ю.Г. Решетняка [1, 2, 3] было дано аналитическое описание двумерных многообразий ограниченной интегральной кривизны в терминах изотермических координат. Многомерным обобщением двумерных многообразий с локально изотермической координатной системой являются конформно-плоские римановы многообразия. Поэтому, одной из важных задач римановой геометрии является проблема описания конформно плоских римановых многообразий - подкласса локально конформно однородных пространств. Исследованию данных многообразий посвящены работы многих математиков: М.А. Акивиса-В.В. Гольдберга, Н. Кюйпера, Д.В. Алексеевского-Б.Н. Кимельфельда, Е.Д. Родионова-В.В. Славского (подробнее см. обзор [8]). Хотя задача классификации конформно плоских римановых многообразий в полном объеме и не решена, имеются важные классы римановых пространств, для которых дан исчерпывающий ответ [8]. В общем случае получены результаты, устанавливающие связь между конформно плоскими метриками ограниченной кривизны на сфере и выпуклыми множествами пространства Лобачевского [8]. Поэтому представляет интерес исследование как выпуклых множеств в пространстве Лобачевского, так и конформно плоских римановых метрик ограниченной кривизны с помощью выпуклых многогранников в пространстве Лобачевского, или многогранных конформно плоских метрик. Надежду на реализацию этой программы дают недавние результаты, полученные для многогранных конформно плоских метрик малой размерности [18]. Пользуясь идеями этой работы, представляется возможным исследовать многомерный случай и получить теорему о монотонности для конформно плоских метрик ограниченной одномерной кривизны, теоремы об экстраполяции и интерполяции для конформно плоских римановых метрик ограниченной одномерной кривизны. Заметим, что задачи интерполяции и экстраполяции для конформно плоских метрик представляют интерес в некоторых задачах прикладной математики, например, в обратных задачах геофизики.

В данной работе изучаются свойства функций (факторов), которым соответствуют конформно-плоские метрики неотрицательной одномерной кривизны. Оказывается, что данный класс конформно-выпуклых функций обладает свойствами обычных выпуклых вниз функций. Кроме того, доказывается серия теорем о строении конформно-плоских метрик неотрицательной одномерной кривизны в терминах трехточечных неравенств на факторы (конформно-выпуклые функции). Рассматривается обобщение понятия одномерной кривизны конформно плоских метрик, определяется k-мерная секционная кривизна, изучаются конформно-плоские метрики неотрицательной k-мерной секционной кривизны и класс функций, им соответствующих. Для дальнейшей информации о конформно-плоских метриках, тензоре одномерной кривизны, локально конформно однородных пространствах и тензорных полях на них можно обратиться к работам [4-18].

Работа выполнена при содействии Совета по грантам Президента РФ (грант НШ–2263.2014.1), гранта Правительства РФ (госконтракт № 14.B25.31.0029), гранта Министерства образования и науки РФ (код проекта: 1148), гранта РФФИ № 15-41-00092-а.

Библиографический список

1. Решетняк Ю.Г. Исследование многообразий ограниченной кривизны посредством изотермических координат // Известия СОАН СССР. – 1959. – №10. – С. 15-28.

2. Решетняк Ю.Г. Изотермические координаты в многообразиях ограниченной кривизны I. // Сиб. матем. журн. – 1960. – 1(1). – С. 88-116.

3. Решетняк Ю.Г. Изотермические координаты в многообразиях ограниченной кривизны II. // Сиб. матем. журн. – 1960. – 1(2). – С. 248-276.

4. NikonorovYu.G., Rodionov E.D. Compact homogeneous Einstein 6-manifolds // Differential Geometry and its Applications. – 2003. – V. 19, №3. – P. 369-378.

5. Родионов Е.Д. Эйнштейновы метрики на четномерных однородных пространствах, допускающих однородную риманову метрику положительной секционной кривизны // Сиб. матем. журн. – 1991. – Т. 32, №3. – С. 126-131.

6. Родионов Е.Д., Славский В.В. Локально конформно однородные пространства // Доклады Академии наук. – 2002. – Т. 387, №3. – С. 314.

7. Гладунова О.П., Родионов Е.Д., Славский В.В. О конформно полуплоских 4-мерных группах Ли // Владикавказский математический журнал. – 2011. – Т. 13, №3. – С. 3-16.

8. Никоноров Ю.Г., Родионов Е.Д., Славский В.В. Геометрия однородных римановых многообразий // Современная математика и ее приложения. – 2006. – Т. 37. – С. 1-78.

9. Воронов Д.С., Родионов Е.Д. Левоинвариантные римановы метрики на четырехмерных неунимодулярных группах Ли с нулевой дивергенцией тензора Вейля // Доклады Академии наук. – 2010. – Т. 432, №3. – С. 301-303 // Англ. версия: Left-invariant riemannian metrics on four-dimensional nonunimodular lie groups with zero-divergence Weyl tensor. Voronov D.S., Rodionov E.D. // Doklady Mathematics. – 2010. – V. 81, №3. – P. 392-394.

10. NikonorovYu.G., Rodionov E.D. Compact 6-dimensional homogeneous Einstein manifolds // Doklady Mathematics. – 1999. – V. 336. – P. 599.

11. Родионов Е.Д., Славский В.В., Чибрикова Л.Н. Левоинвариантные лоренцевы метрики на 3-мерных группах Ли с нулевым квадратом длины тензора Схоутена-Вейля // Вестник Алтайской государственной педагогической академии. – 2004. – №4/3. –С. 53-60.

12. Родионов Е.Д. Однородные римановы многообразия с метрикой Эйнштейна : Автореф. дис. … доктора физико-математических наук. – Новосибирск, 1994.

13. Rodionov E.D. Simply connected compact five-dimensional homogeneous Einstein manifolds // Siberian Mathematical Journal. – 1994. – V. 35. – P. 163-168.

14. Nikonorov Y.G., Rodionov E.D. Standard homogeneous Einstein manifolds and Diophantine equations // Archiv der Mathematik. – 1996. – V. 32. – P. 123-136.

15. Rodionov E.D. Standard homogeneous Einstein manifolds // Доклады Академии наук. – 1993. – V. 328. – №2. – P. 147-149.

16. Родионов Е.Д., Славский В.В. Одномерная секционная кривизна римановых многообразий // Доклады Академии наук. – 2002. – Т. 387. – №4. – С. 454.

17. NikonorovYu.G., Rodionov E.D. Compact six dimensional homogeneous Einstein manifolds // Доклады Академии наук. – 1999. – Т. 366. – №5. – С. 599-601 // Англ. версия: Six-dimensional compact homogeneous Einstein manifolds. Nikonorov Yu.G., Rodionov E.D. // Doklady Mathematics. – 1999. – V. 59.– №3. – P. 451-453.

18. Гладунова О.П., Родионов Е.Д., Славский В.В. Выпуклые многогранники в пространстве Лобачевского и интерполяция функций // Доклады Академии наук. – 2011. – Т. 441. – №6. – С. 727.

УДК 514.765

Пастухова С.В., Хромова О.П.

О сигнатуре оператора тензора одномерной кривизны трехмерных групп Ли с левоинвариантными лоренцевыми метриками

С.В. Пастухова, О.П. Хромова

АлтГУ, г. Барнаул

При исследовании римановых многообразий важную роль играют операторы кривизны: оператор Риччи, оператор одномерной кривизны и оператор секционной кривизны. Изучение их свойств представляет интерес в понимании геометрического и топологического строения однородного риманова многообразия (см., например, [1]).

Одной из важных проблем римановой геометрии является задача об установлении связей между топологией и кривизной риманова многообразия. В однородном случае хорошо известны результаты Дж. Милнора, В.Н. Берестовского, Е.Д. Родионова, В.В. Славского о связи между кривизной Риччи, одномерной кривизной и топологией однородного риманова пространства [3, 7, 9, 13, 16].

Естественно попытаться отыскать общие свойства операторов кривизны. В частности, представляет интерес отыскать спектры операторов кривизны.

Кривизны левоинвариантных римановых метрик на группах Ли исследовались Дж. Милнором. В случае 3-мерных групп Ли с левоинвариантной римановой метрикой Д.Н. Оскорбиным, Е.Д. Родионовым, О.П. Хромовой (см., например, [2, 4–6, 8, 10–12, 14, 15]) были найдены возможные сигнатуры оператора одномерной кривизны, а также аналогичные результаты получены для оператора секционной кривизны.

В случае левоинвариантных лоренцевых метрик на группах Ли ситуация представляется менее очевидной. В данном случае матрицы соответствующих операторов не являются симметричными, а значит,