но положить $\overline{x_i} = a^i x_i$ при $i \in \overline{\beta}$ и $\overline{x_i} = c_i x_i$ при $i \in \beta$, где $c_i \neq 0$ при $i \in \beta$ и $a \neq 0$.

Библиографический список

1. Поликанова И.В. Об аффинной эквивалентности параболических дуг // Ломоносовские чтения на Алтае: фундаментальные проблемы науки и образования : сборник научных статей международной конференции, Барнаул, 11-14 ноября, 2014. – Барнаул, 2014. – С. 344-346.

УДК 514.765

Конформные деформации солитонов Риччи

Е.Д.Родионов

(АлтГУ, г. Барнаул).

В последнее время активно исследуются солитоны Риччи, т.е. римановы многообразия (M,g), удовлетворяющие дифференциальному уравнению:

$$r(g) = \Lambda g + L_X(g),$$

где $r(g)$ – тензор Риччи метрики g, Λ – вещественная константа, $L_X(g)$ – производная Ли метрики g в направлении полного векторного поля X. Заметим, что в случае, когда $L_X(g)=0$, мы имеем обычное уравнение Эйнштейна для римановых многообразий, а соответствующие солитоны называются тривиальными. Таким образом, солитоны Риччи представляют собой естественное обобщение римановых многообразий с метрикой Эйнштейна, а теория солитонов является обобщением теории римановых многообразий с метрикой Эйнштейна. Многообразия Эйнштейна и методы их построения хорошо исследованы (см., например, обзоры [1], [2]). В частности, один из способов построения новых метрик Эйнштейна состоит в деформации исходной римановой метрики. Одной из таких деформаций является конформная деформация: $g^1 = e^{2f}g$, где $f=f(\text{x})$ – гладкая функция на многообразии M. При такой деформации тензор Риччи и производная Ли изменяются по формулам:

$$r^1 = r - (n-2)(Ddf - df\circ df) + (\Delta f - (n-2)\,|df|^2)g;$$

$$L_X(e^{2f}g) = \langle X, grad\, e^{2f}\rangle g + e^{2f} L_X(g),$$

где Df – градиент, Δf – лапласиан, а Ddf – гессиан функции f относительно метрики g. Понятно поэтому, что появляется возможность строить новые солитоны Риччи из уже имеющихся. В частности, предполагая, что $M=G/H$ – однородное пространство, а $(M=G/H, g)$ – однородный, или алгебраический солитон Риччи, мы получаем систему алгебраических и дифференциальных уравнений, определяющих новые солитоны Риччи на локально конформно-однородных пространствах.

Для дальнейшей информации об эйнштейновых многообразиях, солитонах Риччи, локально конформно однородных пространствах и тензорных полях на них можно обратиться к работам [1-14].

Работа выполнена при содействии Совета по грантам Президента РФ (грант НШ–2263.2014.1), гранта Правительства РФ (госконтракт № 14.B25.31.0029), гранта Министерства образования и науки РФ (код проекта: 1148).

Библиографический список

1. Бессе А. Многообразия Эйнштейна: в 2-х т. – М.: Мир, 1990.

2. Никоноров Ю.Г., Родионов Е.Д., Славский В.В. Геометрия однородных римановых многообразий // Современная математика и ее приложения. – 2006. – Т. – 37. – С. 1-78.

3. Jablonski M., Homogeneous Ricci solitons// arXiv: 1109.6556v2 [math.DG] 25 Apr 2013.

4. Родионов Е.Д., Славский В.В. Локально конформно однородные пространства // Доклады Академии наук. – 2002. – Т. – 387, №3. – С. 14.

5. NikonorovYu.G., Rodionov E.D. Compact homogeneous Einstein 6-manifolds // Differential Geometry and its Applications. – 2003. – V. 19, №3. – P. 369-378.

6. Родионов Е.Д. Эйнштейновы метрики на четномерных однородных пространствах, допускающих однородную риманову метрику положительной секционной кривизны // Сиб. матем. журн. – 1991. – Т. 32, №3. – С. 126-131.

7. Родионов Е.Д. Однородные римановы многообразия с метрикой Эйнштейна // Автореф. дис. … доктора физико-математических наук. – Новосибирск, 1994.

8. Rodionov E.D. Simply connected compact five-dimensional homogeneous Einstein manifolds// Siberian Mathematical Journal. – 1994. – V. 35. – P. 163-168.

9. Nikonorov Y.G., Rodionov E.D. Standard homogeneous Einstein manifolds and Diophantine equations // Archiv der Mathematik. – 1996. – V. 32. – P. 123-136.

10. Rodionov E.D. Standard homogeneous Einstein manifolds // Доклады Академии наук. – 1993. – Т. 328. – №2. – С. 147-149.

11. Гладунова О.П., Родионов Е.Д., Славский В.В. О конформно полуплоских 4-мерных группах Ли // Владикавказский математический журнал. – 2011. – Т. 13, №3. – С. 3-16.

12. NikonorovYu.G., Rodionov E.D. Compact 6-dimensional homogeneous Einstein manifolds // Доклады Академии наук. – 1999. – Т. 366. – №5. – С. 599-601.

13. Воронов Д.С., Родионов Е.Д. Левоинвариантные римановы метрики на четырехмерных неунимодулярных группах Ли с нулевой дивергенцией тензора Вейля // Доклады Академии наук. – 2010. – Т. 432. – №3. – С. 301-303.

14. NikonorovYu.G., Rodionov E.D. Six-dimensional compact homogeneous Einstein manifolds // Doklady Mathematics. – 1999. –V. 59. – №3. – P. 451-453.

УДК 514.7

Вычисление интегральных топографических характеристик цифрового изображения в системе MatLab

О.В. Самарина, В.В. Славский

ЮГУ, г. Ханты-Мансийск

В работах [1-2] были определены важные характеристики цифрового изображения верхние (нижние) Лебеговы множества

$$l^{+}{}_{c}[u]=\{(x,y):u(x,y)\geq c\},\ l^{-}{}_{c}[u]=\{(x,y):u(x,y)\leq c\},$$

где функция $u(x,y)$ определяет полутоновую яркость изображения, которая принимает значения в диапазоне $[0,255]$. Им соответствуют различные числовые характеристики. Примером такой характеристики служит площадь множеств $l^{\pm}{}_{c}[u]$, где параметр $c\in[0,255]$. Данная характеристика изображения легко вычисляется и широко используется в различных приложениях цифровой обработки изображений.

В данной работе исследуются длина и кривизна границы семейства множеств $l^{\pm}{}_{c}[u]$. В отличие от площади, эти характеристики цифрового изображения непосредственно сложно вычислить в силу дискретности цифрового изображения. В работе предложены алгоритмы их вычисления в среде MatLab, основанные на некоторых интегрально-геометрических соотношениях.