10. Rodionov E.D. Standard homogeneous Einstein manifolds // Доклады Академии наук. – 1993. – Т. 328. – №2. – С. 147-149.

11. Гладунова О.П., Родионов Е.Д., Славский В.В. О конформно полуплоских 4-мерных группах Ли // Владикавказский математический журнал. – 2011. – Т. 13, №3. – С. 3-16.

12. NikonorovYu.G., Rodionov E.D. Compact 6-dimensional homogeneous Einstein manifolds // Доклады Академии наук. – 1999. – Т. 366. – №5. – С. 599-601.

13. Воронов Д.С., Родионов Е.Д. Левоинвариантные римановы метрики на четырехмерных неунимодулярных группах Ли с нулевой дивергенцией тензора Вейля // Доклады Академии наук. – 2010. – Т. 432. – №3. – С. 301-303.

14. NikonorovYu.G., Rodionov E.D. Six-dimensional compact homogeneous Einstein manifolds // Doklady Mathematics. – 1999. –V. 59. – №3. – P. 451-453.

УДК 514.7

Вычисление интегральных топографических характеристик цифрового изображения в системе MatLab

О.В. Самарина, В.В. Славский
ЮГУ, г. Ханты-Мансийск

В работах [1-2] были определены важные характеристики цифрового изображения верхние (нижние) Лебеговы множества

$$l^{+}{}_{c}[u] = \{(x,y) : u(x,y) \geq c\},\ l^{-}{}_{c}[u] = \{(x,y) : u(x,y) \leq c\},$$

где функция $u(x,y)$ определяет полутоновую яркость изображения, которая принимает значения в диапазоне $[0,255]$. Им соответствуют различные числовые характеристики. Примером такой характеристики служит площадь множеств $l^{\pm}{}_{c}[u]$, где параметр $c \in [0,255]$. Данная характеристика изображения легко вычисляется и широко используется в различных приложениях цифровой обработки изображений.

В данной работе исследуются длина и кривизна границы семейства множеств $l^{\pm}{}_{c}[u]$. В отличие от площади, эти характеристики цифрового изображения непосредственно сложно вычислить в силу дискретности цифрового изображения. В работе предложены алгоритмы их вычисления в среде MatLab, основанные на некоторых интегрально-геометрических соотношениях.

Обозначим через $F_1(c)$ и $F_2(c)$ следующие интегралы:

$$F_1^{\pm}(c)=\iint\limits_{l^{\pm}{}_c[u]}|\nabla u|\,dx\,dy,\quad F_2^{\pm}(c)=\iint\limits_{l^{\pm}{}_c[u]}|\nabla u|\,k(x,y)dx\,dy,$$

где $|\nabla u|$ – градиент функции, $\kappa(x,y)$ – кривизна топографических линий

$$\kappa(x,y)=\frac{\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2}\left(\dfrac{\partial u}{\partial x}\right)^2-2\dfrac{\partial u}{\partial x}\left(\dfrac{\partial u}{\partial y}\right)\dfrac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}+\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}\left(\dfrac{\partial u}{\partial y}\right)^2}{\left(\left(\dfrac{\partial u}{\partial y}\right)^2+\left(\dfrac{\partial u}{\partial x}\right)^2\right)^{3/2}}.$$

Справедливы интегрально-геометрические соотношения:

$$\frac{dF_1^{\pm}}{dc}=L^{\pm}(c),\quad \frac{dF_2^{\pm}}{dc}=\kappa^{\pm}(c),$$

где $L^{\pm}(c)$ – длина границы множества $l^{\pm}{}_c[u]$, $\kappa^{\pm}(c)$ – кривизна границы.

Замечание. В приведённых выше формулах функция принимает целые значения, поэтому для производных и градиента используются разностные формулы. Данные равенства используются в численном алгоритме для нахождения $L^{\pm}(c)$ и $\kappa^{\pm}(c)$.

Работа выполнена при поддержке Совета по грантам Президента РФ (грант НШ 2263.2014.1), Правительства РФ (госконтракт ќ 14.B25.31.0029), РФФИ 15-41-00092 р-урал-а, 15-41-00063 р-урал-а, 15-01-06582 А.

Библиографический список

1. Gui-Song Xia, Julie Delon and Yann Gousseau. Locally Invariant Texture Analysis from the Topographic Map // LTCI, CNRS, TELECOM ParisTech 46 rue Barrault, 75013. – Paris, France, 2008.

2. Самарина О.В., Славский В.В. Геометрические методы в решении задач обработки изображений. (Монография). Издательство Lambert Academic Publishing. – Germany, 2015. ISBN 978-3-659-68183-7 – 52C.