УДК 514.7

Точные оценки площади треугольника замечательных точек

А.Н. Саженков, П.Е. Сартакова
АлтГУ, г. Барнаул

В работе [1] получена формула, выражающая площадь треугольника с вершинами в центре тяжести, центре вписанной окружности и центре описанной окружности треугольника через длины сторон и радиус вписанной окружности некоторого треугольника. Основываясь на этой формуле, в настоящей работе получены оценки площади треугольника замечательных точек при различных предположениях. Все полученные оценки не улучшаемы.

Утверждение 1. При фиксированном периметре исходного треугольника ориентированная площадь треугольника замечательных точек может принимать любые значения.

Утверждение 2. При фиксированной площади исходного треугольника ориентированная площадь треугольника замечательных точек может принимать любые значения.

Утверждение 3. При фиксированном радиусе описанной около исходного треугольника окружности ориентированная площадь треугольника замечательных точек принимает значения в интервале $\left(-\frac{1}{6}, \frac{1}{6}\right)$.

Утверждение 4. Для прямоугольного треугольника с единичным радиусом описанной около него окружности, площадь треугольника замечательных точек достигает максимального значения, когда один из острых углов равен $\frac{1}{2}\arcsin\frac{1+\sqrt{17}}{8}$.

Замечание. $\frac{1}{2}\arcsin\frac{1+\sqrt{17}}{8}$ соответствует примерно $19^\circ 54'$.

Утверждение 5. Для прямоугольного треугольника с единичным периметром, площадь треугольника замечательных точек достигает максимального значения, когда один из острых углов равен $\arcsin\frac{\sqrt{73}-1}{6\sqrt{2}}-\frac{\pi}{4}$.

Замечание. $\arcsin\frac{\sqrt{73}-1}{6\sqrt{2}}-\frac{\pi}{4}$ соответствует примерно $17^\circ 45'$.

Утверждение 6. Для прямоугольного треугольника единичной площади, ориентированная площадь треугольника замечательных точек принимает значения в интервале $\left(-\frac{1}{12},\frac{1}{12}\right)$.

Библиографический список

1. Саженков А.Н. Площадь треугольника замечательных точек // Ломоносовские чтения на Алтае : сборник научных статей международной молодежной школы-семинара. – Барнаул: Изд-во АлтГУ, 2013. – Ч. III. – 416 с.

УДК 514.75

К геометрии листа Мебиуса в E^4

М.А. Чешкова
АлтГУ, г. Барнаул

В евклидовом пространстве E^4 рассматривается лист Мебиуса

Впервые уравнение односторонней поверхности, открытой Мебиусом, было получено Машке [1]. Если гауссова кривизна листа Мебиуса равна нулю, то он называется плоским. Библиография работ на эту тему дана в работе [2]. В [3] указано разрезание бутылки Клейна в E^3 на два листа Мебиуса.

В евклидовом пространстве E^4 рассмотрим гладкую замкнутую неплоскую кривую γ без самопересечения, заданную с помощью 4π – периодической вектор - функцией $\rho=\rho(v)$.

Тогда функция $s(v)=\frac{1}{2}(\rho(v)+\rho(v+2\pi))$ есть 2π – периодическая, а вектор – функция $l(v)=\frac{1}{2}(\rho(v)-\rho(v-2\pi))$ есть 2π - антипериодическая.

Рассмотрим линейчатую поверхность M : $r(u,v)=s(v)+ul(v)$, $u\in[-1,\ldots 1], v=[-\pi,\pi]$. Имеем гомеоморфизм прямоугольника