УДК 532.5

Численное исследование влияния внешней среды на формирование сферического микробаллона

А.В. Закурдаева
АлтГУ, г. Барнаул

В настоящее время микробаллоны или микросферы служат основой для новых материалов, таких, как сферопласт, а также применяются как сенсибилизаторы эмульсионных взрывчатых веществ [1, 2]. Математическому моделированию процесса формирования сферических микробаллонов посвящены работы [3-6]. Важными факторами, определяющими динамику сферического слоя, являются внешний температурный режим и давление внешней среды [3, 5, 7].

В данной работе изучается сферический слой вязкой несжимаемой жидкости, содержащий внутри себя газовый пузырек. Задача рассматривается в условиях кратковременной невесомости, газ растворенный в жидкости, представляет собой пассивную добавку. Внутри пузырька давление, плотность и абсолютную температуру можно считать функциями только времени, связанными уравнением Менделеева-Клапейрона.

Пусть вязкая несжимаемая жидкость заполняет сферически симметричный слой $R_1(t) < r < R_2(t)$, где $r = R_1(t)$ и $r = R_2(t)$ – его внутренняя и внешняя свободные границы. Положение границ, а также радиальная скорость жидкости υ(t,r) и распределение температуры в жидкости *T(t,r)* определяются в ходе решения задачи. Искомые функции удовлетворяют уравнениям Навье-Стокса и переноса тепла, представленным здесь в безразмерном виде [3, 4]:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{1}{2}V^2(R_1^2 + R_2^2)(R_1 + R_2)R_1^{-3}R_2^{-3} +$$
$$+\mathrm{Re}^{-1}\left[P_g' - P_{vn}' - 2\overline{Si}\sigma(T)(R_1 + R_2)R_1^{-1}R_2^{-1}\right]R_1R_2(R_2 - R_1)^{-1} -$$
$$-4\,\mathrm{Re}^{-1}\nu(T)V(R_1^2 + R_1R_2 + R_2^2)R_1^{-2}R_2^{-2}, t > 0; V(0) = V_0,$$
$$T_t + \frac{V}{r^2}\frac{\partial T}{\partial r} = \frac{1}{Pe}r^{-2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2\chi(T)\frac{\partial T}{\partial r})$$

Здесь $V = r^2\upsilon$ – скорость изменения объема оболочки, ν и σ – коэффициенты кинематической вязкости и поверхностного натяжения, χ – коэффициент температуропроводности. Безразмерные параметры задачи имеют следующий вид: $Pe = (\upsilon_* r_*)/\chi_*$ – число Пекле, $\mathrm{Re} = (\upsilon_* r_*)/\nu_*$ – число Рейнольдса, $\overline{Si} = Si \cdot S$, $Si = \sigma_* / r_* P_*$, $S = P_* r_* / (\rho_* \upsilon_* \nu_*)$. Имеем также $P'_g = P_g \cdot S$, $P'_{vn} = P_{vn} \cdot S$, где P_g и P_{vn} – давление в газе и внешнее давление. Звездочкой обозначены характерные значения физических величин: ρ_* – характерное значение плотности жидкости, P_* – характерное значение давления. При этом характерные размер r_*, время t_* и скорость процесса υ_* связаны между собой соотношением $r_* = \upsilon_* t_*$, а коэффициенты χ, ν и σ зависят от температуры.

На внутренней и внешней границах сферического слоя $r = R_1(t)$ и $r = R_2(t)$ выполняются кинематические и динамические условия. Также на внутренней границе $r = R_1(t)$ искомые функции должны удовлетворять условиям баланса энергии и непрерывности температуры, а на внешней $r = R_2(t)$ – условию теплообмена с внешней средой, которое может быть задано в виде условия первого, второго или третьего рода.

Алгоритм численного решения задачи состоит из нескольких этапов. На каждом временном слое расчет начинается с вычисления скорости изменения объема сферической оболочки V и положения свободной границы R_1. Значения этих функций определяются в результате решения задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка методом Рунге-Кутта четвертого порядка точности [8]. Положение внешней границы жидкого слоя R_2 вычисляется из закона сохранения объема оболочки: $R_2^3(t) - R_1^3(t) = R_{20}^3 - R_{10}^3$. Для нахождения распределения температуры в жидкости осуществляется переход в фиксированную область [0, 1] с помощью замены пространственной переменной $x = \left(r^3 - R_1^3(t)\right) \cdot \left(R_{20}^3 - R_{10}^3\right)^{-1}$ ($x \in [0,1]$). Неявная разностная схема второго порядка аппроксимации по пространственной переменной [4, 7] для уравнения теплопереноса решается методом прогонки с параметром, в роли которого выступает неизвестное значение температуры на внутренней границе слоя. Схема, представленная для уравнения переноса тепла, была протестирована с помощью формального точного решения уравнения. Тестирование численного алгоритма проводилось также на последовательности сеток.

Проведены численные эксперименты по формированию стеклянного микробаллона, содержащего пузырек углекислого газа. Исследовано влияние внешнего давления и внешнего теплового режима на динамику жидкой оболочки и распределение температуры в ней.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 14-08-00163).

Библиографический список

1. Аншиц А.Г., Аншиц Н.Н., Дерибас А.А., Караханов С.М., Касаткина Н.С., Пластинин А.В., Решетняк А.Ю., Сильвестров В.В. Скорость детонации эмульсионных взрывчатых веществ с ценосферами // Физика горения и взрыва. – 2005. – Т. 41, № 5. – С. 119-127.

2. Карпов Е.В. Деформирование и разрушение сферопласта в условиях малоциклового нагружения при различных температурах // Прикладная механика и техническая физика. – 2009. Т. 50, № 1. – С. 197-204.

3. Гончарова О.Н. Математическая модель формирования сферических оболочек в условиях кратковременной невесомости // Динамика сплошной среды. СО АН СССР, Институт Гидродинамики –1987. – № 82. – С. 66-79.

4. Гончарова О.Н., Пухначев В.В. Диффузионное приближение в задаче формирования сферических микробаллонов в условиях кратковременной невесомости // Моделирование в механике. СО АН СССР, Институт Гидродинамики – 1990. – № 5. – С. 83-95.

5. Гончарова О.Н. Глобальная разрешимость задачи о формировании сферических микробаллонов // Динамика сплошной среды. СО АН СССР, Институт Гидродинамики –1993. – № 106. – С. 36-48.

6. Резанова Е.В. Численное исследование динамики сферической газосодержащей оболочки // Известия АлтГУ. – 2013. – № 1/2(77) – С. 42-47.

7. Закурдаева А.В., Резанова Е.В. Численное исследование влияния давления внешней среды на динамику жидкой сферической оболочки // Омский научный вестник. – 2015 (представлена к опубликованию).

8. Калиткин Н.Н. Численные методы. – М.: Наука, 1978. – 512 с.