

disequilibrium compaction and delta stability // Journal of Geophysical Research, Vol. 112, 2007.

5. Папин А.А., Токарева М.А. Задача о движении сжимаемой жидкости в деформируемой горной породе // Известия Алтайского государственного университета. – 2011. – №1/2 (72). – С. 36-43.

6. Папин А.А., Токарева М.А. Динамика тающего деформируемого снежно-ледового покрова // Вестник НГУ. Серия: Математика, механика, информатика, 12, 2012, 4, 107-113.

УДК 519.6

## Применение метода конечных элементов к задаче о деформировании массива водонасыщенных пород

*А.В. Устюжанова*

*АлтГУ, г. Барнаул*

Процессы деформирования, протекающие в водонасыщенных средах, зависят от взаимосвязи геомеханических и гидродинамических закономерностей. При математическом моделировании необходимо учитывать влияние пористости материала на формирование напряженно-деформированного состояния. Водонасыщенный массив представляет собой двухфазную среду, для описания гидрогеомеханических процессов в которой используются уравнения движения жидкой и твердой фаз с учетом их взаимодействия [1].

При постановке и решении гидрогеомеханической задачи используется принцип К. Терцаги [2], согласно которому процесс деформирования породного скелета зависит от эффективных напряжений

$$\sigma_{ij}^f = \sigma_{ij} - p\delta_{ij},$$

где  $\sigma_{ij}$  – полное напряжение;  $p$  – давление воды; индексы  $i, j$  принимают значения 1, 2, 3.

В работе [3] предлагается следующий подход к решению гидрогеомеханической задачи определения полей напряжений и деформаций в водонасыщенной среде. Взаимодействие твердой и жидкой фаз рассматривается последовательно при раздельном нахождении фильтрационного и механического полей. Вертикальная составляющая напряжений в водонасыщенном массиве определяется весом пород и находящейся в них водой

$$\rho gh(1 - \varphi) + \rho_0 gh_0 \varphi.$$

где  $\rho$  – плотность скелета;  $\rho_0$  – плотность воды;  $h$  – высота столба пород;  $h_0$  – высота столба водонасыщенных пород;  $g$  – ускорение свободного падения;  $\varphi$  – пористость пород. Необходимо также учитывать зависимость начального напряженно-деформированного состояния среды от векторных сил гидродинамического давления, возникающего при движении воды в массиве пород.

Наиболее распространенным численным методом, применяемым в механике сплошных сред для исследования напряженно-деформированного состояния геологических материалов, является метод конечных элементов [4, 5]. Алгоритм численного решения согласно предложенному подходу разбивается на последовательные шаги, каждый из которых реализуется в два этапа. На первом гидродинамическом этапе решается задача фильтрации и определяется поле гидродинамического давления, которое используется в качестве дополнительных фильтрационных сил на втором геомеханическом этапе при расчете напряженно-деформированного состояния массива водонасыщенных пород.

В данной работе рассматривается численная реализация предложенного алгоритма в плоском случае. Исследуемая область имеет форму прямоугольника, расположенного вдоль осей координат. Все величины при этом считаются безразмерными. В качестве характерного линейного размера выбирается горизонтальный размер прямоугольника. При разбиении данной области используются треугольные конечные элементы. На каждом расчетном шаге алгоритма может происходить корректировка сетки конечных элементов с учетом приращений деформаций. Для нахождения распределения давления воды решается стационарная задача фильтрации. При определении напряженно-деформированного состояния в рассматриваемой области используется комплекс программ, разработанный для плоских задач об упругом деформировании [6–7].

В результате численных расчетов построены изолинии полей напряжений. Представленный алгоритм численного решения можно применять при анализе прочностных характеристик массива водонасыщенных пород.

### **Библиографический список**

1. Мироненко В.А., Шестаков В.М. Основы гидрогеомеханики. – М.: Недра, 1974.
2. Терцаги К. Теория механики грунтов. – М.: Госстройиздат, 1961.

3. Оловянный А.Г. Механика горных пород. Моделирование разрушений. – СПб. : ООО «Издательско-полиграфическая компания «КОСТА», 2012.
4. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. – М.: Мир, 1975.
5. Фадеев А.Б. Метод конечных элементов в геомеханике. – М. : Недра, 1987.
6. Устюжанова А.В. Применение метода конечных элементов к задаче об упругой области с отверстиями // МАК–2010: материалы тринадцатой региональной конференции по математике (июнь 2010). – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2010. – С. 53–54.
7. Устюжанова А.В. Численное исследование напряженно-деформированного состояния вблизи систем круговых отверстий в упругой среде // Ломоносовские чтения на Алтае: сборник научных статей международной школы-семинара, Барнаул, 8–11 ноября, 2011 г. Ч.1. – Барнаул: АлтГПА, 2011. – С. 263–266.

УДК 517.95 + 532.582

## **Влияние гидростатического и гидродинамического давлений на колебания ледового покрова**

***К.А. Шишмарев, Т.И. Хабахпашева, А.А. Коробкин***

*АлтГУ г. Барнаул, ИГиЛ СО РАН г. Новосибирск,*

*Университет Восточной Англии*

Задачи о колебаниях ледового покрова под действием изгибно-гравитационных волн являются хорошо изученными (см., например, [1–6]). Большой обзор, посвященный колебаниям бесконечной плавающей ледовой пластины, приведен в работе [7]. Также важными прикладными задачами являются задачи взаимодействия полубесконечного ледового покрова и вертикальных конструкций [8], когда лед крепится к одной вертикальной стенке. Данные задачи исследуются в рамках линейной теории гидроупругих волн. Жидкость предполагается идеальной и несжимаемой. Движение жидкости является потенциальным и вызвано отклонением ледового покрова от состояния покоя. Рассматривается ледовый покров постоянной толщины. Глубина ледового покрова может быть как конечной, так и бесконечной.

Скопление льда может вызвать наводнение в северных реках в период ранней весны. Для разрушения льда может использоваться