Об изменении значения функционала качества в методе наименьших квадратов

И.В. Пономарев
АлтГПА, г. Барнаул

В работе рассматривается преобразование функционала метода наименьших квадратов при повороте плоскости.

Пусть R^2 – двумерное евклидово пространство и Ω конечное подмножество точек:

$$\Omega = \{(x_i, y_i) : i = 1,\ldots,N\}.$$

Поставим задачу оценить зависимости $y_i = a_0 + a_1 x_i + \varepsilon_i$ и $x_i = b_0 + b_1 y_i + v_i$, где a_0, b_0, a_1, b_1 – параметры моделей; ε_i, v_i – случайные ошибки. Обозначим, через $\alpha_2^2(y), \alpha_2^2(x)$ – значения функционалов качества для оценки этих моделей с помощью метода наименьших квадратов, т.е.

$$\alpha_2^2(y) = \min \sum_i (y_i - a_0 - a_1 x_i)^2,$$

$$\alpha_2^2(x) = \min \sum_i (x_i - b_0 - b_1 y_i)^2.$$

Теорема. *Пусть* $\Omega' = \{(x'_i, y'_i) : i = 1,\ldots,N\}$ *получено из* Ω *поворотом на угол* ϕ *относительно начала координат. Тогда справедливы равенства*

$$\frac{1}{\alpha_2^2(y')} = \frac{\cos^2\phi}{\alpha_2^2(y)} + \frac{\sin^2\phi}{\alpha_2^2(x)} - \frac{\sin 2\phi \cdot r(x,y)}{\alpha_2(y)\cdot\alpha_2(x)},$$

$$\frac{1}{\alpha_2^2(x')} = \frac{\sin^2\phi}{\alpha_2^2(y)} + \frac{\cos^2\phi}{\alpha_2^2(x)} + \frac{\sin 2\phi \cdot r(x,y)}{\alpha_2(y)\cdot\alpha_2(x)},$$

где $r(x,y)$ *– коэффициент парной корреляции.*

Работа выполнена при финансовой поддержке ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009-2013 гг. (гос. контракт № 02.740.11.0457) и Совета по грантам Президента РФ для поддержки молодых российских ученых и ведущих научных школ (грант НШ–921.2012.1).

Библиографический список

1. Лейхтвейс К. Выпуклые множества. – М.: Наука, 1985.
2. Пономарев И.В., Славский В.В. Равномерно нечеткая модель линейной регрессии // Вестник Новосибирского государственного университета. Серия: Математика, механика, информатика. – 2010. – Т. 10, №2. – С. 118–134.
3. Сантало Луи А. Интегральная геометрия и геометрические вероятности / пер. с англ. ; под ред. Р.В. Амбарцумяна. – М.: Наука, 1983.

Определение кривизны три-ткани В. Бляшке как инварианта трехканального изображения

О.В. Самарина, В.В. Славский
ЮГУ, г. Ханты-Мансийск

Инварианты изображения относительно различных групп преобразований являются наиболее эффективными характеристиками изображения, которые можно использовать в самых различных прикладных задачах анализа и обработки изображений. Причем чем шире такая группа преобразований, тем более устойчивым будет инвариант.

В данной работе определяется и исследуется инвариант трехканальных изображений относительно максимально широкой «топологической» группы преобразований, основанный на геометрии три-ткани разработанной В. Бляшке [1].

Рассмотрим RGB-изображение. Каждый канал (слой) такого изображения соответствует своему цвету в цветовой гамме RGB. В математической постановке это означает, что заданы три неотрицательные функции в некоторой области на плоскости. С точностью до цветовой коррекции такое изображение определяется семействами линий уровня функций $u_i(x,y)$, $i=1,2,3$ в некоторой области D на плоскости:

$$L_1=\{(x,y): u_1(x,y)=const\};$$

$$L_2=\{(x,y): u_2(x,y)=const\};$$

$$L_3=\{(x,y): u_3(x,y)=const\}.$$

Будем называть эти три семейства линий топографической сеткой (или три-тканью) данного изображения. Функцией три-ткани называется любая функция $W(u_1,u_2,u_3)$ нетождественно равная константе, такая, что в области D выполняется тождество: