на дискретной сетке точек. В данном случае кривизна Бляшке три-ткани RGB-изображения определена формулой:

$$\kappa = \left(p_1 p_2 \left(b_{112} p_2 - b_{122} p_1\right) + b_{12}\left(b_{22} p_1^2 - b_{11} p_2^2\right)\right) / \left(p_1^3 p_2^3\right).$$

Таким образом, кривизна ткани В. Бляшке может быть использована в качестве инварианта RGB-изображения относительно наиболее широкой группы преобразований изображения [2, 3]. Это особенно важно при решении широкого класса задач цифровой обработки изображений, таких как задачи дистанционного зондирования, анализ биомедицинских изображений, распознавание образов, отыскание снимка по образцу и т. п.

Работа выполнена при поддержке ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009-2013 гг. (гос. контракт 02.740.11.0457) и Совета по грантам Президента РФ для поддержки молодых российских ученых и ведущих научных школ (грант НШ–921.2012.1).

Библиографический список

1. Бляшке В. Введение в геометрию тканей / пер. с нем. – М.: Физмат, 1959. – 144 с.

2. Самарина О.В. Групповые инварианты изображения. – Germany: Lambert Academic Publishing, 2010.

3. Самарина О.В. Инварианты одноканального изображения // Вестник НГУ, серия : информационные технологии. – Новосибирск, 2008. – Т. 6, вып. №1. – С. 69–79.

4. Самарина О.В., Славский В.В. Применение теории три-ткани В. Бляшке в цифровой обработке изображений // Теория операторов, комплексный анализ и математическое моделирование: тез. докл. Международной научной конференции. – Волгодонск, 2011. – С. 166–167.

Основы сферической тригонометрии

А.П. Шишминцева
ГАГУ, г. Горно-Алтайск

Сферическая тригонометрия – это раздел сферической геометрии, изучающий зависимости между сторонами и углами сферических треугольников.

Первые результаты в этом направлении принадлежат греческому астроному Гиппарху из Никеи в середине II в. д.э., а сами свойства прямоугольных сферических треугольников были известны Менелаю и Клавдию Птолемею, который создал геоцентрическую систему мира.

Известно, что свойства прямоугольных сферических треугольников выражаются формулами:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin A}=\frac{\sin\beta}{\sin B}=\frac{\sin c}{\sin C}\ \text{(формула синусов)},$$

$$\cos A=\cos B\cos C\sin B+\sin B\sin C\cos A,$$

$$\sin A\cos B=\cos B\sin C-\sin b\cos C.$$

На примере рассмотрим решение задачи прямоугольного сферического треугольника.

Задача: Решить прямоугольный сферический треугольник по гипотенузе и катету.

Дано: $a=32^0\,08'$ $b=23^0\,51'$

Найти: c, B и C.

Решение: Находим угол С, т.е. $\cos C=ctg\,a\,ctg(90^0-b)$, или

$$Cos\,C=\frac{tg\,b}{tg\,a}. \tag{1}$$

Для угла В найдем:

$$\cos(90^0-b)=\sin a\sin B,\ \text{или}\ \sin B=\frac{\sin b}{\sin a}. \tag{2}$$

Для стороны c запишем:

$$\cos a=\sin(90^0-c)\ \text{или}\ \cos c=\frac{\cos a}{\cos b}. \tag{3}$$

Для проверки применяем формулу, которая соединяет все три найденные величины:

$$\cos C=\sin B\sin(90^0-c)=\sin B\cos c. \tag{4}$$

Найдем угол С:

$$\begin{aligned} tg\,b&=\frac{\sin b}{\cos b}=\frac{0,398909}{0,91699}=0,43501,\\ tg\,a&=\frac{\sin a}{\cos a}=\frac{0,531102}{0,847307}=0,626811. \end{aligned} \tag{5}$$

$\cos C=\dfrac{tg\,b}{tg\,a}==\dfrac{0,39890}{0,53110}=0,69401$ отсюда получаем, что $\angle C=46^0 05'$.

Соответственно из соотношений $\sin b = 0,39891$, $\sin a = 0,531102$, найдем $\sin B = \dfrac{\sin b}{\sin a} = \dfrac{0,398909}{0,531102} = 0,751096.$

Откуда $\angle B_1 = 49^0 08'$, $\angle B_2 = 131^0 32'$.

Для того, чтобы сферический треугольник был возможен, необходимо, чтобы $\sin B$ был меньше 1, а $\cos C$ и $\cos c$ были меньше 1, но больше -1. Это возможно тогда, когда $\sin a > \sin b, tg\, a > |tg\, b|$ и $|\cos b| >$ cos a.

Вычислим сторону с:

$\cos a = 0,847307, \cos b = 0,9160904$ находим косинус стороны c:

$$\cos c = \frac{\cos a}{\cos b} = \frac{0,847307}{0,9160904} = 0,92400898,$$

отсюда находим сторону $c = 22^0 48'$.

Проверим:

$\sin B = 0,751096, \cos c = 0,92400898,\ \sin B \cos c = 0,69401$.

Запишем ответ: $c = 22^0 48', B = 131^0 32', C = 46^0 05'$.

Использование основных тригонометрических формул приводит к решению прямоугольного сферического треугольника.

Библиографический список

1. Волынский Б. А. Сферическая тригонометрия / под ред. Д.Н. Пономарева. – М., 1997.– С. 133.

К геометрии циклид Дюпена

М.А. Чешкова

АлтГУ, г. Барнаул

В евклидовом пространстве рассматривается циклида Дюпена как дважды каналовая поверхность.

В процессе исследования используется система компьютерной математики Maple.

Каналовая поверхность исследуется как поверхность, которая является огибающей однопараметрического семейства сфер [1, с. 379; 2].

Обозначим через $\rho(s)$ – радиус-вектор кривой γ – геометрического места центров семейства, $R(s)$ – радиус соответствующей сферы