Соответственно из соотношений $\sin b = 0,39891$ , $\sin a = 0,531102$ , найдем $\sin B = \dfrac{\sin b}{\sin a} = \dfrac{0,398909}{0,531102} = 0,751096.$

Откуда $\angle B_1 = 49^0 08'$, $\angle B_2 = 131^0 32'$.

Для того, чтобы сферический треугольник был возможен, необходимо, чтобы $\sin B$ был меньше 1, а $\cos C$ и $\cos c$ были меньше 1, но больше -1. Это возможно тогда, когда $\sin a > \sin b$, $tg\, a > |tg\, b|$ и $|\cos b| >$ $\cos a$.

Вычислим сторону с:

$\cos a = 0,847307$, $\cos b = 0,9160904$ находим косинус стороны $c$:

$$\cos c = \frac{\cos a}{\cos b} = \frac{0,847307}{0,9160904} = 0,92400898,$$

отсюда находим сторону $c = 22^0 48'$.

Проверим:

$\sin B = 0,751096$, $\cos c = 0,92400898$, $\sin B \cos c = 0,69401$.

Запишем ответ: $c = 22^0 48'$, $B = 131^0 32'$, $C = 46^0 05'$.

Использование основных тригонометрических формул приводит к решению прямоугольного сферического треугольника.

**Библиографический список**

1. Волынский Б. А. Сферическая тригонометрия / под ред. Д.Н. Пономарева. – М., 1997.– С. 133.

## К геометрии циклид Дюпена

***М.А. Чешкова***

*АлтГУ, г. Барнаул*

В евклидовом пространстве рассматривается циклида Дюпена как дважды каналовая поверхность.

В процессе исследования используется система компьютерной математики Maple.

Каналовая поверхность исследуется как поверхность, которая является огибающей однопараметрического семейства сфер [1, с. 379; 2].

Обозначим через $\rho(s)$ – радиус-вектор кривой $\gamma$ – геометрического места центров семейства, $R(s)$ – радиус соответствующей сферы

($s$ – длина дуги кривой $\gamma$). Уравнение семейства сфер запишется в виде

$$(r-\rho)^2 = R^2. \tag{1}$$

Характеристика семейства – окружность есть пересечение сферы (1) и плоскости

$$(r-(\rho - RR'\tau),\tau) = 0. \tag{2}$$

Центр этой окружности есть

$$C = \rho - RR'\tau, \tag{3}$$

где $\tau$ – орт касательной к линии центров. Радиус окружности $\tilde{R}$ равен

$$\tilde{R} = R\sqrt{1-R'^2}. \tag{4}$$

Для того чтобы огибающая была вещественной поверхностью, необходимо выполнение неравенства

$$1 - R'^2 \geq 0. \tag{5}$$

Обозначим через $\nu, \beta$ – орты главной нормали и бинормали кривой $\gamma$. Тогда уравнение каналовой поверхности запишется в виде

$$r(u,v) = \rho(u) - R(u)R'(u)\tau(u) + \tilde{R}(u)(\cos(v)\nu(u) + \sin(v)\beta(u)).$$

Для каналовой поверхности линии центров $C_1, C_2$ семейства сфер есть фокальные кривые $\gamma_1, \gamma_2$ второго порядка, расположенные в ортогональных плоскостях.

Рассмотрим случай, когда кривая $\gamma_1$ есть эллипс, а кривая $\gamma_2$ есть гипербола (рис. 1). Зададим эти кривые.

$$C_1 : \rho_1(u) = (b\sin(u), 0, a\cos(u)),$$

$$C_2 : \rho_2(u^*) = (0, b\sinh(u^*),\ c\cosh(u^*)),\ b = \sqrt{a^2 - c^2}.$$

Радиусы сфер имеют вид [1, с. 383], соответственно.

$$R_1(u) = c\cos(u) + d,\ R_2(u^*) = a\cosh(u^*) - d (d = const,\ |c| \leq 1).$$

Полагая $c = \frac{1}{2}$, $a = 1$, $d = 0$, построим поверхности (рис. 2, 3, 4), где линии центов эллипс и две ветви гиперболы. Замечаем, что вторая и третья поверхности накладываются на первую.

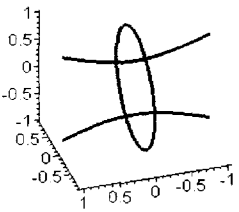


Рис. 1. Фокальные кривые: эллипс, гипербола

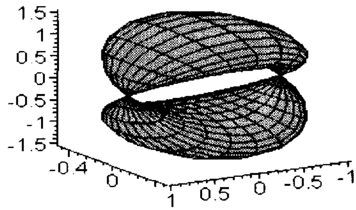


Рис. 2. Каналовая поверхность, когда линия центров эллипс

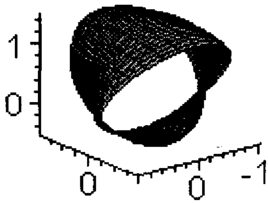


Рис. 3. Каналовая поверхность, линия центров – верхняя ветвь гиперболы

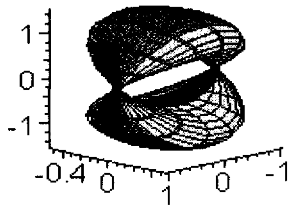


Рис. 4. Каналовая поверхность, линия центров – нижняя верхняя ветвь гиперболы и эллипс

Рассмотрим случай, когда кривые $\gamma_1$, $\gamma_2$ есть фокальные параболы. Зададим эти кривые

$$C_1 : \rho_1(u) = \left( u, 0, \frac{2u^2 + p^2}{4p} \right), \ C_2 : \rho_2(u^*) = \left( 0, u, \frac{-2u^{*2} + p^2}{4p} \right).$$

Радиусы сфер имеют вид

$$R_1(u) = \frac{2u^2 + p^2 + q}{4p}, \ R_2(u^*) = \frac{2u^{*2} + p^2 - q}{4p}, (d = const).$$

Полагая $p = 4$, $d = 0$ , построим поверхности (рис. 5, 6).

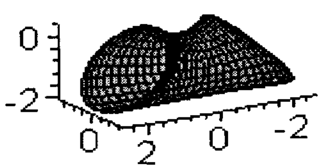


Рис. 5. Каналовая поверхность, линия центров – первая парабола

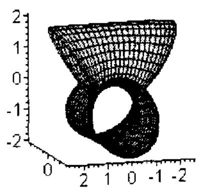


Рис. 6. Совмещение каналовых поверхностей, линии центров – фокальные параболы

Рассмотрим случай, когда кривые $\gamma_1$, $\gamma_2$ есть фокальные окружность и прямая. Первая поверхность есть тор, вторая поверхность состоит из гиперболических точек тора.

**Библиографический список**

1. Шуликовский В.И. Классическая дифференциальная геометрия в тензорном изложении. – М., 1963.

2. Чешкова М.А. К геометрии дважды каналовой гиперповерхности в евклидовом пространстве $E^n$ // Математические труды. – Новосибирск, 2003. – Т.6, №11. – С. 169–181.

3. Васильев А.Н. Maple 8. – М., С-Пб., Киев: Диалектика, 2003.