

### **Секция 3. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ**

#### **Численное исследование напряженно- деформированного состояния в окрестности тоннелей**

*О.П. Бушманова, Е.С. Луконина*  
*АлтГУ, г. Барнаул*

Представлено численное моделирование деформационных процессов в геоматериалах вблизи параллельно расположенных тоннелей.

В рамках плоской деформации исследуется напряженно-деформированное состояние упругих и упруго-пластических материалов в прямоугольных областях с отверстиями различной формы.

Численные решения поставленных задач получены с применением программного комплекса конечно-элементных расчетов Abaqus.

Для исследуемых областей построены распределения полей напряжений и перемещений.

Проведены сравнительный анализ и оценка влияния характерных параметров на напряженно-деформированное состояние в рассматриваемых задачах.

#### **Математическое моделирование движения жидкости по наклонной подложке в условиях сопутствующего потока газа**

*О.Н. Гончарова, Г.Э. Чубарова*  
*АлтГУ, г. Барнаул*

Изучение конвективных процессов, происходящих в жидкости под воздействием сопутствующих потоков газа, является весьма актуальной задачей [1, 2]. Возросший в последнее время интерес к таким задачам обусловлен и новыми физическими экспериментами [2], проводимыми с целью выявить особенности конвективных движений в областях с границами раздела в условиях гравитационных полей различной интенсивности. В данной работе изучается в общей постановке двумерная стационарная задача конвекции жидкости в наклонном слое со свободной границей (см. рис. 1). Целью работы является построение

точного решения системы дифференциальных уравнений, описывающих движение жидкости и сопутствующего потока газа, выявление характерных особенностей взаимодействия различных механизмов конвекции в условиях гравитации и микрогравитации при различных значениях угла наклона  $\alpha$  (см. также [3]). Конвективное движение жидкости в поле силы тяжести описывается системой уравнений Обербека-Буссинеска [4]. В качестве системы уравнений для описания

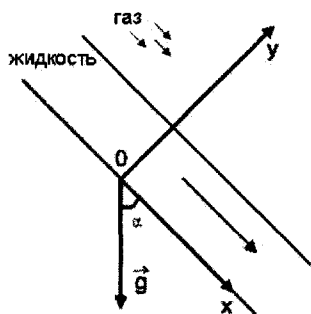


Рис. 1

изотермических движений вязкого газа примем систему уравнений Навье-Стокса вязкой несжимаемой жидкости. На твердой границе выполняются условия прилипания, на свободной границе раздела – кинематическое и динамические условия, условие непрерывности скорости. Моделируется различный тепловой режим на границах слоя жидкости, допускается также наличие однородно распределенных источников тепла внутри него. В случае постоянного продольного градиента температуры точное решение стационарной задачи является обобщением известного решения задачи конвекции жидкости в горизонтальном слое со свободной, недеформируемой границей [5] (см. также [6, 7, 8]), позволяющее выявить эффекты, порождаемые действием касательных напряжений со стороны газа.

Построены точные решения задачи конвекции. Представлены профили скоростей и температуры. Численно изучено влияние различных параметров, характеризующих свойства жидкой и газовой среды, на динамику течения и теплообмен. Выполнены расчеты для системы жидкость (этанол) – газ (азот) в условиях гравитации и микрогравитации. В данной работе учет влияния потока газа и создаваемых им на границе раздела касательных напряжений на динамику и теплообмен в жидкости является принципиальной особенностью. При этом для того, чтобы модельная задача соответствовала физическому эксперименту, интенсивность потока характеризуется величиной приведенного (удельного) объемного расхода газа.

Работа выполнена в рамках проекта № 7.3975.2011 Алтайского государственного университета (поддержан Министерством образования и науки РФ).

### Библиографический список

1. Goncharova O.N, Kabov O.A. Mathematical and numerical modeling of convection in a horizontal layer under co-current gas flow // *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, 2010. – Vol. 53. – P. 2795–2807.
2. Iorio C.S., Goncharova O.N., Kabov O.A. Study of evaporative convection in an open cavity under shear stress flow // *Microgravity Sci. Technol.*, 2009. – №21(1). – P. 313–320.
3. Гончарова О.Н., Южкова Ю.Е. Моделирование конвективного течения в наклонном слое с движущимися границами // *Известия АлтГУ*, 2010. – №1(65). – С. 22–29.
4. Андреев В.К., Гапоненко Ю.В., Гончарова О.Н., Пухначев В.В. *Современные математические модели конвекции*. – М.: Физматлит, 2008, 368 с.
5. Бирих Р.В. О термокапиллярной конвекции в горизонтальном слое жидкости // *ПМТФ*. 1966. №3. – С. 69–72.
6. Левич В.Г. *Физико-химическая гидродинамика*. – М.: Физматгиз, 1959, 700 с.
7. Остроумов Г.А. *Свободная конвекция в условиях внутренней задачи*. Москва-Ленинград: Гостехиздат, 1952. – 256 с.
8. Napolitano L.G. Plane Marangoni-Poiseuille flow of two immiscible fluids // *Acta Astronautica*. – 1980. –№2. – P. 461–478.

### Математическое моделирование и численное исследование динамики жидкой сферической оболочки

*О.Н. Гончарова, Е.В. Резанова, Ю.Е. Южкова*  
*АлтГУ, г. Барнаул*

В работе представлены результаты исследований динамики сферической жидкой оболочки (см. рис. 1), включающей в себя газовый пузырек, и процессов диффузии и теплопереноса в жидкости. Условия невесомости позволяют рассмотреть сферически симметричный процесс. Пусть движение возникает из заданного начального состояния, а газ, растворенный в жидкости, представляет собой пассивную добавку. Математическая модель для нахождения искомых функций (свободных границ  $R_1(t)$  и  $R_2(t)$ , радиальной скорости  $v(t,r)$ , температуры жидкости  $T(t,r)$  и концентрации примеси  $C(t,r)$ ) представляет собой начально-краевую задачу для системы уравнений Навье-Стокса, переноса тепла и диффузии [1, 2]. На границах сферического слоя должны быть выполнены кинематические и динамические условия, соотношение, определяющее баланс энергии на внутренней границе, условие