Секция 1. АЛГЕБРА И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА

УДК 512.57

Об абсолютной замкнутости абелевых групп в классе метабелевых групп

А.И. Будкин
АлтГУ, г. Барнаул

Через N условимся обозначать класс метабелевых групп.

Пусть H – подгруппа группы G, C – свободное произведение в классе N группы G на G с объединенной подгруппой H. Группа H называется замкнутой в G, если пересечение свободных сомножителей группы C совпадает с H. Группа H называется абсолютно замкнутой в классе N, если она замкнута в каждой группе из N, содержащей H.

Теорема. Неединичная абелева группа без кручения не является абсолютно замкнутой в классе метабелевых групп.

УДК 512.54.01

Об одном классе Леви экспоненты 10

В.В. Лодейщикова
АлтГТУ, г. Барнаул

Для произвольного класса N групп обозначим через $L(N)$ класс всех групп G, в которых нормальное замыкание любого элемента принадлежит N. Класс $L(N)$ групп называется *классом Леви*, порожденным N.

Пусть $A = gp\left(a,b \,\|\, a^2 = 1, b^5 = 1, a^{-1}ba = b^{-1}\right)$ и $\mathrm{var}(A)$ – многообразие, порожденное группой A. Обозначим через M многообразие групп, задаваемое тождествами:

$$(\forall x)\left(x^{10} = 1\right),$$

$$(\forall x)(\forall y)\left(\left[x^2, y^2\right] = 1\right),$$

$$(\forall x)(\forall y)\left([x,y]^5=1\right).$$

Утверждение 1. $M=\mathrm{var}(A)$.

Утверждение 2. Если группа G принадлежит классу $L(M)$, то G является 3-метабелевой.

Через S_p будем обозначать некоторую силовскую p-подгруппу группы G.

Утверждение 3. Если группа G принадлежит классу $L(M)$, то $G=S_5\lambda S_2$.

УДК 512.552

О некоторых криетрнях коммутативности колец, не содержащих нильпотентных элементов

И.О. Сацевич
АлтГПА, г. Барнаул

Ассоциативное кольцо R называется редуцированным кольцом (или кольцом без нильпотентных элементов), если для любого элемента $a\in R$ из того что $a^n=0$, где $n\in\mathbb{N}$, следует что $a=0$.

Пусть $\mathbb{Z}<x_1,x_2,\dots,>=Z<X>$ – свободное ассоциативное кольцо и $f(x_1,x_2,\dots,x_n)$ – ненулевой многочлен из $\mathbb{Z}<X>$. Кольцо R удовлетворяет тождеству $f(x_1,x_2,\dots,x_n)=0$, если для любых $a_1,a_2,\dots,a_n\in R$ выполняется $f(a_1,a_2,\dots,a_n)=0$ [1,2].
В настоящей работе доказаны следующие результаты:

Теорема 1. Пусть R – ассоциативное кольцо с 1, удовлетворяющее тождеству $(x^n-x^m)+(x^n-x^m)f(x^2)=0$, где *(n-m)* – нечётное число, $f(1)=0$, $f(t)\in\mathbb{Z}[t]$, коэффициент при старшей степени $f(t)$ равен 1. Тогда R – коммутативное кольцо.

Данная теорема является обобщением приведённого ниже результата из работы [3.]

Следствие. Пусть R – ассоциативное кольцо с 1, удовлетворяющее тождеству $(x^n-x^m)=0$ где *(n-m)* – нечётное число. Тогда R – коммутативное кольцо [3].

Теорема 2. Пусть R – ассоциативное редуцированное
кольцо, удовлетворяющее тождеству