квадратов четырех последовательных натуральных чисел: $n2$, $(n+1)2$, $(n+2)2$, $(n+3)2$, а точнее их разности:

$$(n+1)^2 - n^2 = n^2 + 2n + 1 - n^2 = 2n + 1;$$

$$(n+2)^2 - (n+1)^2 = n^2 + 4n + 4 - n^2 - 2n - 1 = 2n + 3;$$

$$(n+3)^2 - (n+2)^2 = n^2 + 6n + 9 - n^2 - 4n - 4 = 2n + 5.$$

Для разностей $2n+1$, $2n+ 3$, $2n+5$ выполняется характеристическое свойство арифметической прогрессии. Тем самым доказано, что квадраты натуральных чисел образуют арифметическую прогрессию второго порядка.

Аналогично можно показать, что последовательность кубов является арифметической прогрессией третьего порядка с разностью d=6. Справедлив более общий факт: n-ые степени натуральных чисел образуют арифметическую прогрессию n-ого порядка с разностью n! Этот факт доказан методом математической индукции.

Обнаружены некоторые закономерности для формул суммы n первых членов указанных арифметических прогрессий разных порядков.

УДК 512.57

О решетке квазимногообразий метабелевых групп

И.Б. Хрущев

АлтГУ, г. Барнаул

Через $L_q(N)$ обозначим решетку квазимногообразий, содержащихся в квазимногообразии N.

Пусть $f_1(x),\ldots,f_r(x)$ – неприводимые многочлены над полем рациональных чисел, являющиеся делителями многочлена $x^m - 1$, неравные многочлену x-1. Многочлену $f_v = x^l + c_{l-1}x^{l-1} + \ldots + c_1 x + c_0$ сопоставим группу

$$G_v = gr\left(x_0, x_1, \ldots, x_{l-1}, y \mid [x_i, x_j] = 1 (i = \overline{0, l-1}, j = \overline{0, l-1}),\right.$$
$$\left. x_i^y = x_{i+1} (i = \overline{0, l-2}), x_{l-1}^y = x_0^{-c_0} x_1^{-c_1} \ldots x_{l-1}^{-c_{l-1}} \right).$$

Пусть квазимногообразие $\boldsymbol{M}$ порождается некоторым подмножеством T множества $\{G_1,...,G_r\}$, где T состоит из попарно невложимых друг в друга групп.

Лемма. Решетка $L_q(\boldsymbol{M})$ конечна.

Теорема. Если K – неабелева конечно-порожденная группа без кручения из $\boldsymbol{AB}_m$, являющаяся расщепляемым расширением абелевой группы при помощи бесконечной циклической, то qK совпадает с некоторым $\boldsymbol{M}$.

УДК 512.54.01

О замкнутости аддитивной группы рациональных чисел в квазимногообразиях нильпотентных групп без кручения

С.А. Шахова
АлтГУ, г. Барнаул

Доминионом подгруппы H группы G в квазимногообразии групп $\mathcal{M}$, обозначаемым $dom_G^{\mathcal{M}}(H)$, называется множество элементов $g \in G$ таких, что для любых двух гомоморфизмов φ, ψ: $G \to M \in \mathcal{M}$, совпадающих на H, верно $\varphi(g)=\psi(g)$. Понятие доминиона возникло в [1], а в квазимногообразиях универсальных алгебр впервые исследовалось в [2].

Согласно [3], группа H из квазимногообразия $\mathcal{M}$ называется *n-замкнутой в* $\mathcal{M}$, если $H = dom_G^{\mathcal{M}}(H)$ для любой группы G из $\mathcal{M}$, содержащей H в качестве подгруппы и порождённой по модулю H подходящими n элементами.

В [3] было доказано, что полная абелева группа без кручения 1-замкнута в произвольном квазимногообразии нильпотентных групп без кручения ступени 2.

Зафиксируем произвольное натуральное число $c>2$. В работе доказана следующая теорема.