

Итерационный метод решения задачи Стокса

А.С. Кузиков, С.С. Кузиков

АлтГУ, г. Барнаул

Рассмотрим в прямоугольной области $D = \{(x, y): 0 < x < a, 0 < y < b\}$ с границей Γ задачу Стокса в классической формулировке:

$$-\Delta u + \operatorname{grad} p = f, \operatorname{div} u = 0, u|_{\Gamma} = 0. \quad (1)$$

Здесь задана правая часть – вектор-функция $f = (f^{(1)}(x, y), f^{(2)}(x, y))^T$, а неизвестными являются вектор-функция $u = (v(x, y), w(x, y))^T$ и скалярная функция $p = p(x, y)$, определенная с точностью до константы. Для однозначности p , как правило, предполагают выполненным условие нормировки $\int_D p(x, y) dx dy = 0$.

Задачу (1) будем рассматривать как задачу минимизации функционала $J = \frac{1}{2} \int_D (\operatorname{div} u)^2 dD$ посредством выбора «управления» p .

Показано, что градиент функционала $J' = \operatorname{div} \psi$, $\psi = (\psi_1(x, y), \psi_2(x, y))$, где ψ решение задачи $\Delta \psi = \operatorname{grad} \operatorname{div} u$, $\psi|_{\Gamma} = 0$.

Для отыскания p строится итерационный процесс $p^{n+1} = p^n - \alpha_n \operatorname{div} \psi^n$, $n = 0, 1, \dots$, где итерационный параметр α_n определяется согласно методу скорейшего спуска. Для численного решения задачи предлагается разностная схема с разнесенными узлами для u и p .

Окрестность множеств и свойство решений систем обыкновенных дифференциальных уравнений

В.А. Миненко

АлтГПА, г. Барнаул

Определение 1. Пусть непустое множество A включается в R^n , $\varepsilon > 0$. Тогда множество точек из R^n , расстояния которых до множеств-