6. Будкин А.И. О классах Леви, порожденных нильпотентными группами// Алгебра и логика. – 2000. – Т. 39, №6.– С. 635–647.
7. Лодейщикова В.В. О квазимногообразиях Леви, порожденных нильпотентыми группами // Известия Алтайского государственного университета. – 2009. – Т. 61, №1.– С. 26–29.
8. Лодейщикова В.В. О классах Леви, порожденных нильпотентыми группами // Сибирский математический журнал. – 2010. – Т. 51, №6.– С. 1359–1366.
9. Лодейщикова В.В. О квазимногообразиях Леви экспоненты p^s // Алгебра и логика. – 2011. – Т. 50, №1.– С. 26–41.
10. Шахова С.А. Об аксиоматическом ранге квазимногообразия $\mathfrak{M}^{p^2}$// Известия Алтайского государственного университета. – 2015. – Т. 85, №1/2.– С. 179–182. DOI: 10.14258/izvasu(2015)1.2-33.
11. Лодейщикова В.В. Об одном квазимногообразии Леви экспоненты 8 // Известия Алтайского государственного университета. – 2010. – Т.65, №1/2.– С. 42–45.
12. Лодейщикова В.В. Об одном классе Леви экспоненты 2p // Известия Алтайского государственного университета. – 2014. – Т. 81, №1/2.– С. 45–51. DOI: 10.14258 /izvasu(2014)1.2-07.
13. Лодейщикова В.В. Об одном многообразии Леви экспоненты 2p // Известия Алтайского государственного университета. – 2015. – Т. 85, №1/1.– С. 84–88. DOI: 10.14258 /izvasu(2015)1.1-15.

УДК 512.54.01

Об аксиоматическом ранге класса Леви, порождённого квазимногообразием $\mathbf{qH_{p^s}}$

С.А. Шахова
АлтГУ, г. Барнаул

Множество $T_Q(\mathfrak{M})$ всех квазитождеств, истинных во всех группах из класса $\mathfrak{M}$, называется Q-теорией класса $\mathfrak{M}$. Подмножество $\Sigma \subseteq T_Q(\mathfrak{M})$ называется базисом Q-теории класса $\mathfrak{M}$, если всякое квазитождество из $T_Q(\mathfrak{M})$ является следствием множества Σ квазитождеств. Если данная Q-теория обладает базисом квазитождеств от n переменных и не обладает базисом квазитождеств от меньшего числа переменных, то говорят, что аксиоматический ранг Q-теории равен n. Если такое n существует, то говорят, что аксиоматический ранг Q-теории конечен. Если такого n не существует, то аксиоматический ранг Q-теории считается бесконечным. Класс $\mathfrak{M}$ называется конечно аксиоматизируемым, если $T_Q(\mathfrak{M})$ обладает базисом, состоящим из конечного числа квазитождеств.

Задача изучения аксиоматических рангов квазимногообразий впервые была поставлена Д.М. Смирновым [1]. Вопросам аксиоматизируемости квазимногообразий посвящены работы А.И. Будкина [2–4]. Как следует из этих работ, аксиоматические ранги большого класса неабелевых квазимногообразий, среди которых квазимногообразия, порожденные свободной группой, группой с одним определяющим соотношением, свободной разрешимой группой, оказались бесконечными. Аксиоматические ранги квазимногообразий нильпотентных групп без кручения исследовались Е.С. Половниковой в [5].

Пусть p – простое число, $p \neq 2$, H_{p^s} – группа, имеющая в многообразии нильпотентных ступени не выше 2 групп следующее представление: $H_{p^s} = gr(x, y \mid\mid x^{p^s} = y^{p^s} = [x,\ y]^p = 1)$. Обозначим через qH_{p^s} – квазимногообразие, порожденное группой H_{p^s}, $\mathfrak{M}^{p^s} = L(qH_{p^s})$ – класс Леви, порожденный квазимногообразием qH_{p^s}, т.е. класс всех групп G, в которых нормальное замыкание x^G любого элемента $x \in G$ принадлежит qH_{p^s}. Классы Леви 2-ступенно нильпотентных квазимногообразий групп изучала В.В. Лодейщикова в [6–8]. В частности, были выписаны квазитождества, задающие квазимногообразие $\mathfrak{M}^{p^s}$. Список этих квазитождеств бесконечен и содержит квазитождества от любого сколь угодно большого числа переменных.

А.И. Будкин поставил вопрос: верно ли, что квазимногообразие $\mathfrak{M}^{p^s}$ имеет конечный аксиоматический ранг? Ответ на этот вопрос оказался положительным. Верна следующая теорема.

Теорема. Квазимногообразие $\mathfrak{M}^{p^s}$ конечно аксиоматизируемо.

Библиографический список

1. Коуровская тетрадь (нерешенные проблемы теории групп). –Новосибирск, 1980.
2. Будкин А.И. О квазитождествах в свободной группе // Алгебра и логика. –1976. – Т. 15, №1. –С. 39–52.
3. Будкин А.И. Квазитождества нильпотентных групп и групп с одним определяющим соотношением // Алгебра и логика. –1979. – Т.18, №2. – С. 127-136.

4. Будкин А.И. Аксиоматический ранг квазимногообразия, содержащего свободную разрешимую группу // Математический сборник. –1980. – Т. 112, №4. –С. 647–655.

5. Половникова Е.С. Об аксиоматическом ранге квазимногообразий // Сибирский математический журнал. – 1999. – Т. 40, №1. – С. 167–176.

6. Лодейщикова В.В. О классах Леви, порожденных нильпотентными группами // Сибирский математический журнал. – 2010. – Т. 51, №6. – С. 1359–1366.

7. Лодейщикова В.В. О квазимногообразиях Леви экспоненты 8 // Известия Алтайского государственного университета. – Барнаул, 2010. – Т. 65, №1/2. – С. 42–45.

8. Лодейщикова В.В. О квазимногообразиях Леви экспоненты p^s // Алгебра и логика. – 2011. – Т. 50, №1. – С. 26–41.