Назовём бинарную цепочку $X^* \neq X$ соседней по ***Z(X)*** для цепочки X, если

$$\left|\boldsymbol{Z}(X)-\boldsymbol{Z}(X^*)\right| = \min_{X^{**}}\left|\boldsymbol{Z}(X)-\boldsymbol{Z}(X^{**})\right|.$$

Теорема 2. Для любой цепочки X, у которой ***Z(X)***≠0, существует цепочка X^* для которой

$$\left|\boldsymbol{Z}(X)-\boldsymbol{Z}(X^*)\right| = \frac{2}{n}.$$

Эта цепочка оказывается соседней для X.

Следующая теорема является основным результатом работы.

Теорема 3. Если для некоторого натурального m длина цепочки n=2m, то множество значений коэффициента бинарной согласованности ***Z(X)*** есть $\{2j/n,\ 0 \le j \le m\}$. Если же n=2m-1, то $\{(2j-1)/n,\ 0 \le j \le m\} \cup \{0\}$.

Библиографический список

1. Дронов С.В. Методы и задачи многомерной статистики. Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2015. – 276 с.
2. Дронов С.В., Бойко И.Ю. Метод оценки степени связи бинарного и номинального показателей // Прикладная дискретная математика. – 2015. – №4 (30). – С. 109–119.

УДК 514.75

К геометрии листа мебиуса

М.А. Чешкова

АлтГУ, г. Барнаул

Впервые уравнение односторонней поверхности, открытой Мебиусом, было получено Машке [1]. Если гауссова кривизна листа Мебиуса равна нулю, то он называется плоским. Библиография работ на эту тему дана в работе [2]. К односторонним поверхностям относятся: скрещенный колпак [3, с. 304], римская поверхность [3, с. 305], поверхность Боя [3, с. 305; 4, с. 315], бутылка Клейна [3, с. 306; 4, с. 307]. В работах [4, 5] показано разрезание бутылки Клейна на два листа Мебиуса.

В евклидовом пространстве E^3 рассмотрим гладкую замкнутую неплоскую кривую γ без самопересечения, заданную $4\pi-$ периодической вектор-функцией $\rho = \rho(v)$, котрая не является 2π – периодической и 2π -антипериодической. Так как

$\rho = \rho(v+4\pi)$, то функция $s(v) = \dfrac{1}{2}(\rho(v)+\rho(v+2\pi))$, есть 2π -периодическая е равная нулю, а векторфункция

$l(v) = \dfrac{1}{2}(\rho(v)-\rho(v+2\pi))$ есть 2π -антиеридическая не равная нулю.

Определим поверхность M уравнением $r(u,v) = s(u)+vl(u),\qquad u=-\pi,..,\pi, v=-1,..1$.

Теорема. *Поверхность* M *есть модель листа Мебиуса, для которого кривая* $\rho = \rho(u)$ *есть край.*

Доказательство. Рассмотрим поверхность M как фактор-пространство [6, с. 75] $SM^* = [-\pi,\pi]X[-1,1]/[(-\pi,-v) \approx (\pi,v)]$.

Так как $r(-\pi,-v) = s(-\pi)-vl((-\pi)$, $s(-\pi)=s(\pi), l(-\pi) = -l(\pi)$, то имеем $r(\pi,v) = r(-\pi,-v)$.

Следовательно, поверхность M есть модель листа Мебиуса.

Следствие. Пусть не равная нулю функция $f = f(u,v)$ удовлетворяет условию $f(\pi,v) = f(-\pi,-v)$ и $r = r(u,v)$ лист Мебиуса. Тогда уравнение $r^* = f(u,v)r(u,v)$ определяет также лист Мебиуса.

Примеры. Положим

$$\rho(uv) = (\sin(\frac{u}{2})+\cos(u), \cos(\frac{u}{2})+\sin(u), \cos(\frac{u}{2})).$$

Тогда $s(u) = (\cos(u), \sin(u), 0), l(u) = (\sin(\frac{u}{2}), \cos(\frac{u}{2}), \cos(\frac{u}{2}))$.

Построим листы Мебиуса.

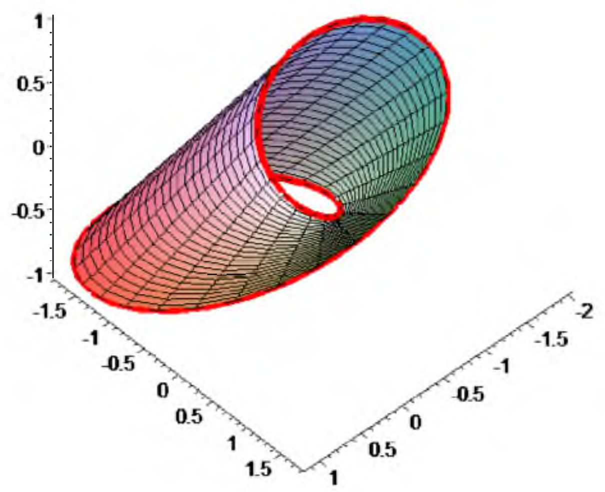

Рисунок 1 – Лист Мебиуса $f = 1$

Положим $f(u,v) = 2 + \sin(u)\sin(\pi v)$.

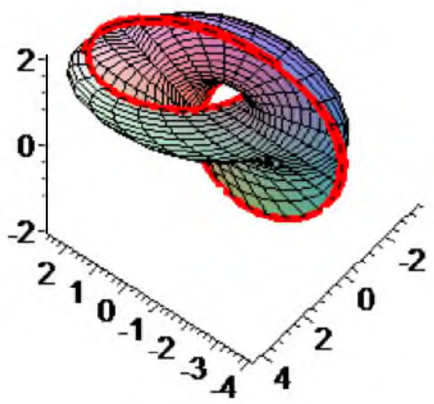

Рисунок 2 – Лист Мебиуса, $f(u,v) = 2 + \sin(u)\sin(\pi v)$.

Положим $f(u,v) = 1/(2 + \sin(u)\sin(\pi v))$.

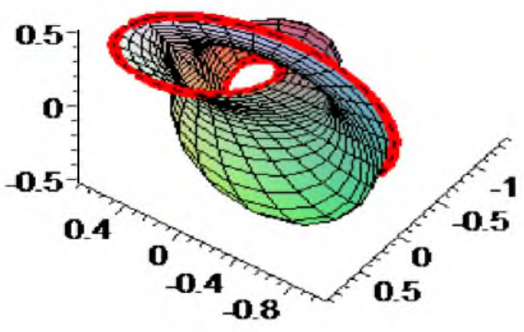

Рисунок 3 – Лист Мебиуса, $f(u,v) = 1/(2 + \sin(u)\sin(\pi v))$.

Библиографический список

1. Mashke H. Note on the unilateral surface of Moebius // Trans. Amer. Math. Sos., 1:1(1900).
2. Сабитов И.Х. Изометрические погружения и вложения плоского листа Мебиуса в эвклидовы пространства // Известия РАН. – 2007. – Т. 71, №5.
3. Кривошапко С.Н., Иванов В.Н., Халаби С.М. Аналитические поверхности. – М., 2006.
4. Гильберт Д., Кон-Фоссен С. Наглядная геометрия. – М., 1981.
5. Чешкова М.А.О бутылке Клейна // Известия Алтайского университета. – Барнаул, 2012. – №1/1.
6. Борисович Ю.Г., Близняков Н.М., Израилевич Я.А., Фоменко А.Т. Введение в топологию. – М., 1995.