управлением.Такие модели создаются методами аналитической геометрии, алгебры логики, особую роль играет здесь метод координат.

Функционирующая техническая или технологическая система может быть представлена оператором модели A, позволяющим по соответствующим значениям входных параметров$\mathbf{X}$ установить значения выходных параметров $\mathbf{Y}$ системы:

$$A(\mathbf{X}\rightarrow\mathbf{Y}),\ \mathbf{X}\in\mathbf{\Omega}_X,\ \mathbf{Y}\in\mathbf{\Omega}_Y, \tag{1}$$

где $\mathbf{\Omega}_X$ и $\mathbf{\Omega}_Y$ – соответственно множества допустимых значений входных и выходных параметров, элементами которых могут быть любые математические объекты (числа, матрицы, функции, множества и т.д.) исходя из природы моделируемого объекта.

Понятие операторамодели может трактоваться достаточно широко. Это может быть некоторая аналитическая функция, уравнение регрессии, система алгебраических или дифференциальных уравнений, вычислительная схема, алгоритм численного метода, совокупность правил, дискретный автомат, нейронная сеть и др., т.е. то, что обеспечивает нахождение выходных параметров по заданным исходным значениям входных параметров.

4. Модели, позволяющие обеспечить управление объектом, процессом

Входные параметры в формуле (1) могут быть управляемыми и неуправляемыми. Управляемые параметры связывают с организацией и управлением производственными и технологическими процессами, при проектировании которых объективно присутствует одна из двух задач оптимизации, неверное решение которых приводит к излишней трате материальных, трудовых, финансовых ресурсов:

1) сделать изделие с заданными свойствами минимальной стоимости;

2) сделать изделие заданной стоимости с максимальными (наилучшими) свойствами.

При построении управляющих моделей сложных организационно-технических и технологических систем целесообразно знать и использовать методологию имитационного моделирования, методы Монте-Карло, теорию систем массового обслуживания, математическую теориюигр.

Библиографический список

1. Смирнов В.В. Два направления инноваций в области математической подготовки инженеров // Проблемы повышения эффективности металлообработки в промышленности на современном этапе : материалы 10-ой Всероссийской научно-практической конференции, Новосибирск, 28 марта 2012 г. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2012. – С. 217–219.
2. Смирнов В.В. Подготовка инженера-исследователя в области математического моделирования // Инновации в машиностроении – основа технологического развития России: материалы VI международной научно-технической конференции: Часть 2, Барнаул, 23-26 сентября 2014 г. – Барнаул: Изд-во АлтГТУ, 2014. – С. 168–174.
3. Тарасик В.П. Математическое моделирование технических систем. – Минск: Новое знание, 2013. – 584 с.
4. Смирнов В.В. Математическое моделирование. Курс лекций с тестами для самопроверки. – Бийск: Изд-во АлтГТУ, 2015. – 123 с.

УДК 519.833

Модельный пример успешности обучения в вузе

Л.Л. Смолякова

АлтГУ, г. Барнаул

Для данной работы автор использовал данные о поступлении и обучении студентов факультета математики и информационных технологий Алтайского государственного университета.

Для построения модельного примера успешности обучения и дальнейшего его интерпретации методом главных компонент (МГК) выберем линейную математическую модель, общее уравнение будет иметь вид:

$$y = \alpha_0 + \alpha_1 v_1 + \alpha_2 v_2 + \alpha_3 v_3, \tag{1}$$

где $v_1, v_2 v_3$ – $v_1, v_2 v_3$ обобщенные (агрегированные, внутренние) переменные [1, 2], отвечающие за базовую подготовку (ЕГЭ), активность студентов во время обучения и степень осознанности выбора данного направления бакалавриата для обучения на выбранном факультете.

Область определения:

$v_1 \in [20; 90]$ $v_1 \in [20; 90]$данные получены в 2014 году по результатам поступления на математический факультет (математика ЕГЭ, физика ЕГЭ или информатика ЕГЭ, русский язык ЕГЭ);

$v_2 \in [0;5] v_2 \in [0;5]$ сюда мы включили процент посещения лекций, практик, выполнение текущих заданий преподавателя по базовым предметам и экспертная оценка преподавателя об активности студента на занятии;

$v_3 \in [-1;1] v_3 \in [-1;1]$ целевая установка студента о готовности учиться на математическом факультете.

Область значений: $y = [0;100]$, $y = 100$ означает, что студенты имели отличные баллы при поступлении, посещают все лекции и практики, вовремя выполняют и в полном объеме задания преподавателя, активно работают на занятиях, знают историю математики, готовились заранее к поступлению на данный факультет (профориентированны) и в настоящее время на занятиях по профильным предметам показывают свою заинтересованность (мнение преподавателя).

$y = 0 y = 0$ – означает, что студенты имели не высокие баллы оценки при поступлении, не посещают лекции и практики, не выполняют в полном объеме задания преподавателя, не работают на занятиях, не знают историю математики, не готовились заранее к поступлению на данный факультет (не профориентированны), попали случайно и в будущем не хотят связывать свою работу с выбранной специальностью.

Надо определить $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$, так что бы область определения этой функции и область значений были согласованны.$\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 > 0$. Если бы диапазоны изменения всех переменных были бы одинаковы, то были бы верны условия: $\alpha_1 = 0{,}3\alpha_3$, $\alpha_2 = 0{,}6\alpha_3$. У нас $v_1 \in [20;90]$,$v_2 \in [0;5]$,$v_3 \in [-1;1] v_1 \in [20;90]$.

И тогда общий вид модели будет:

$$y = -7{,}53 + 0{,}79v_1 + 5{,}56v_2 + 8{,}33v_3. \qquad (2)$$

Для данного модельного примера мы решили сгенерировать выборку из 50 строк.

Составим систему для каждой переменной из (1):

$$\begin{cases} v_1 = \gamma_1 x_{11} + \gamma_2 x_{12} + \gamma_3 x_{13} \\ v_2 = \gamma_1 x_{21} + \gamma_2 x_{22} + \gamma_3 x_{23} + \gamma_4 x_{24}, \\ v_3 = \gamma_1 x_{31} + \gamma_2 x_{32} + \gamma_3 x_{33} \end{cases} \qquad (3)$$

где x_{ij} – первичные наблюдения, $i = \overline{1,3}$, $j = \overline{1, n_k}$, где n_k количество факторов для каждой обобщенной переменной.

Рассмотрим переменную $v_1 v_1$ из (3) она отвечает за базовую подготовку (обучение в школе), исходя из результатов единого государственного экзамена (ЕГЭ).

где x_{11} – результаты ЕГЭ по математике, $x_{11} \in [20;80]$;

x_{12} – результаты ЕГЭ по информатике или физике, $x_{12} \in [40;90]$;

x_{13} – результат ЕГЭ по русскому языку, $x_{13} \in [40;90]$.

Получили уравнение:

$$v_1 = 0{,}4x_{11} + 0{,}4x_{12} + 0{,}2x_{13} \qquad (4)$$

Для целесообразности получения адекватных результатов построим таблицу данных и сначала определим переменную v_3, а затем рассмотрим данные второй группы v_2.

$$v_3 = \gamma_1 x_{31} + \gamma_2 x_{32} + \gamma_3 x_{33}, \qquad (5)$$

где x_{31} – уровень математической культуры и знание истории математики $x_{31} \in [-50;50]$;

x_{32} – степень осознанности в выборе математического образования;

$x_{32} \in [-50;50]$;

x_{33} – экспертная оценка по целевой установке; $x_{33} \in [-50;50]$.

Получим уравнение:

$$v_3 = 0{,}0057x_{31} + 0{,}0029x_{32} + 0{,}0114x_{33} \qquad (6)$$

Рассмотрим второй блок моделируемых переменных для уравнения:

$$v_2 = \gamma_1 x_{21} + \gamma_2 x_{22} + \gamma_3 x_{23} + \gamma_4 x_{24}, \qquad (7)$$

где x_{21} – % посещения лекций (количество посещенных студентом лекций, поделенное на количество всех лекционных занятий и умноженное на 100), $x_{21} \in [0;100]$;

x_{22} – % посещения практических занятий (количество посещенных студентом практик, поделенное на количество всех практических занятий и умноженное на 100), $x_{22} \in [0;100]$;

x_{23} – % выполнения текущих заданий (количество выполненных студентом заданий, поделенное на количество всех заданий и умноженное на 100), $x_{23} \in [0;100]$;

x_{24} – % активности студента на занятиях (оценивает эксперт-преподаватель, ведущий профильные занятия с данным студентом), $x_{24} \in [0;100]$.

$$v_2 = 0{,}0083x_{21} + 0{,}01x_{22} + 0{,}0167x_{23} + 0{,}015x_{24} v_2 = 0{,}0083x_{21} + 0{,}01x_{22} + 0{,}0167x_{23} + 0{,}015x_{24}, \qquad (8)$$

Таким образом, мы построили модель успешности обучения [3]:

$$y = -7{,}53 + 0{,}79v_1 + 5{,}56v_2 + 8{,}33v_3,$$
$$\begin{cases} v_1 = 0{,}4x_{11} + 0{,}4x_{12} + 0{,}2x_{13} \\ v_2 = 0{,}0083x_{21} + 0{,}01x_{22} + 0{,}0167x_{23} + 0{,}015x_{24}, \\ v_3 = 0{,}0057x_{31} + 0{,}0029x_{32} + 0{,}0114x_{33}, \end{cases}$$

Данные этой модели были исследованы с помощью МГК и рассмотрены автором [4]. Результаты полностью подтвердили адекватность нашей модели.

Библиографический список

1. Оскорбин Н.М. Математические модели систем с латентными переменными // Известия АГУ. – 2012. №1/2(73). – С. 97–100.
2. Оскорбин Н.М., Суханов В.А. Исследование операций и теория игр в элементарном изложении. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 1987. – 62 с.
3. Смолякова Л.Л. Построение модельного примера успешности обучения бакалавров ФМиИТ АлтГУ с использованием МГК // Ломоносовские чтения на Алтае: фундаментальные проблемы науки и образования : сборник научных статей международной конференции, Барнаул, 20–24 октября, 2015. – Барнаул : Изд-во Алт. ун-та, 2015. – 878-884 с.
4. Смолякова Л.Л. Применение МГК для анализа данных успешности обучения бакалавров математического факультета АлтГУ // Анализ, геометрия и топология : труды всероссийской молодежной школы-семинара, Барнаул, 2-4 октября, 2013 : в 2 ч. – Барнаул: ИП Колмогоров И.А., 2013. – Ч.2. – С. 142–147.

УДК 532.135

Математическое моделирование динамики разветвленной макромолекулы

Ю.Б. Трегубова

АлтГТУ, г. Барнаул

Работа посвящена формулировке и решению уравнений динамики разветвленной макромолекулы в рамках микроструктурного (статистического) подхода. Такой подход позволяет учитывать как молекулярное строение вещества, так и процессы межмолекулярного взаимодействия. Он был успешно применен при моделировании динамики линейных макромолекул [1, 2].

Всякая макромолекула может быть эффективно представлена как цепочка связанных броуновских частиц (так называемая модель гауссовых субцепей или шариков и пружинок [3]). При этом макромолекула разбивается на N субцепей длиной M/N каждая, а поведение макромолекулы описывается движением линейной цепочки из N+1 броуновских частиц, связанных между собой последовательно упругими силами.

Динамика рассматриваемой макромолекулы может быть упрощена допущением, что соседние макромолекулы описываются как единообразная бесструктурная среда и все важные взаимодействия могут быть превращены во внутримолекулярные взаимодействия, так что крупномасштабная стохастическая динамика единичной макромолекулы в такой системе может быть рассмотрена как динамика эффективной броуновской частицы.

Пренебрегая взаимным гидродинамическим взаимодействием частиц в линейном по скоростям приближении, динамика единичной цепочки может быть описана набором стохастических уравнений, которые подробно рассматриваются в [1].

Решение указанной системы дифференциальных уравнений проводилось методом Эйлера с применением параллельных вычислений. В результате решения получали траектории частиц. Для того, чтобы уменьшить влияние случайных сил и проанализировать релаксационные свойства полученной физической системы проводилось достаточно большое количество вычислений, а затем усреднение полученных траекторий.

Моделирование проводилось для макромолекул h-полимеров, гребней, кистей, простых звезд и звезд с лучами из двух мономеров.

Для обозначенных ранее разветвленных макромолекул было выявлено присутствие диффузного механизма движения, которое проявляется в наличии характерного плато на рассчитанных зависимостях.

Для макромолекул h-полимеров и простых звезд количество субцепей N в моделируемой макромолекуле практически не оказывает влияния на получаемые кривые (рисунок 1). В случае кистей и звезд с лучами из двух мономеров влияние этого параметра модели на зависимости (рисунок 2) слабое. Очень важное значение количество субцепей N в моделируемой макромолекуле имеет для греб-