новок (G,Ω) вложима в последовательное сплетение ее абелевых фактор-групп подстановок [1].

Теорема. Пусть (G,Ω,φ) – транзитивная m-группа подстановок. Тогда (G,Ω,φ) вложима в сплетение ее абелевых фактор-групп подстановок.

Следствие. Произвольная разрешимая m-группа ступени n аппроксимируется сплетениями своих абелевых фактор-групп.

Библиографический список

1. Kopytov V.M., Medvedev N.Ya. The theory of lattice-ordered groups. Dordrecht; Boston; London: Kluwer Acad. Publ., 1994.

2. Зенков А. В. Сплетения групп монотонных подстановок // Сиб. матем. ж., 52, № 6 (2011), 1264–1270.

УДК 512.552.18

О группе обратимых элементов конечных локальных колец с 4-нильпотентным радикалом Джекобсона

Е.В. Журавлев

АлтГУ, г. Барнаул

Все кольца, рассматриваемые далее, являются конечными, ассоциативными и содержат единицу. Обозначим через $J = J(R)$ и R^* соответственно радикал Джекобсона и мультипликативную группу обратимых элементов кольца R, $F = GF(p^r)$ – конечное поле и $\mathbb{Z}_n$ – кольцо классов вычетов по модулю n. Кольцо R называется локальным, если $R/J = F$ – поле. Все делители нуля локального кольца образуют радикал J, и всякий элемент кольца является либо обратимым, либо нильпотентным. Одним из примеров локальных колец являются так называемые кольца Галуа $GR(p^{nr}, p^n)$, представимые в виде $\mathbb{Z}_{p^n}[x]/(f)$, где p – простое число, f – унитарный многочлен степени r, образ которого при естественном гомоморфизме $\mathbb{Z}_{p^n}[x]/(f) \to \mathbb{Z}_p[x]/(f)$ является неприводимым над $\mathbb{Z}_p$ многочленом. В частности, $GR(p^n, p^n) = \mathbb{Z}_{p^n}$ и $GR(p^r, p) = GF(p^r)$. В работе [1] полностью описана структура мультипликативной группы колец Галуа и доказано, что мультипликативная группа обратимых элементов R^* произвольного коммутативного конечного локального кольца R

является прямым произведением циклической группы $\langle b \rangle$ порядка $p^r - 1$ и группы $1 + J$.

Теорема. Пусть R – конечное коммутативное локальное кольцо характеристики p,

$\dim_F J / J^2 = 2$, $\dim_F J^2 / J^3 = 2$, $\dim_F J^3 = 1$, $J^4 = 0$.

Тогда

1) если $p = 2$, то $R^* \cong \mathbb{Z}_{2^r-1} \times \left(\mathbb{Z}_4^r\right)^2 \times \mathbb{Z}_2^r$ или $R^* \cong \mathbb{Z}_{2^r-1} \times \mathbb{Z}_4^r \times \left(\mathbb{Z}_2^r\right)^3$;

2) если $p = 3$, то $R^* \cong \mathbb{Z}_{3^r-1} \times \mathbb{Z}_9^r \times \left(\mathbb{Z}_3^r\right)^3$ или $R^* \cong \mathbb{Z}_{3^r-1} \times \left(\mathbb{Z}_3^r\right)^5$;

3) если $p > 3$, то $R^* \cong \mathbb{Z}_{p^r-1} \times \left(\mathbb{Z}_p^r\right)^5$.

Доказательство теорем основано на результатах классификации конечных локальных колец, полученных автором в работах [2, 3].

Библиографический список

1. Raghavedran R. Finite associative rings // Compositio Math. – 1969. – V. 21. – P. 195–229.

2. Журавлев Е.В. Локальные кольца порядка p^6 с 4-нильпотентным радикалом Джекобсона // Сибирские электронные математические известия [Электронный ресурс]. – 2006. – Т. 3. – С. 15–59. – Режим доступа: http://semr.math.nsc.ru.

3. Журавлев Е.В. О классификации некоторых классов конечных коммутативных локальных колец // Сибирские электронные математические известия [Электронный ресурс]. – 2015. – Т. 12. – С. 625–638. – Режим доступа: http://semr.math.nsc.ru.

УДК 512.552.12

О кольцах целых чисел квадратичных полей

Е.В. Журавлев, В.Н. Токарев

АлтГУ, г. Барнаул; АлтГТУ, г. Барнаул

Рассмотрим кольцо $\mathbb{Z}\left[\sqrt{n}\right] = \left\{a + b\sqrt{n} \mid a, b \in \mathbb{Z}\right\}$, где n – такое простое число, что $\mathbb{Z}\left[\sqrt{n}\right]$ – евклидово кольцо и в кольце $\mathbb{Z}$ разрешимо отрицательное уравнение Пелля $x^2 - y^2 n = -1$. Пусть $\mathbb{Z}^*\left[\sqrt{n}\right]$ – группа