УДК 512.54

Решетки квазимногообразий нильпотентных групп

А.А. Лебедев
АлтГУ, г. Барнаул

Зафиксируем квазимногообразие R. Условимся через $T_Q^n(M)$ обозначать множество всех квазитождеств от n переменных $x_1,\dots,x_n$, истинных в классе M. Пусть $\sum$ – произвольное множество квазитождеств. Через $Mod_R(\sum)$ будем обозначать класс всех групп из R, в каждой из которых истинны все формулы из $\sum$.

Говорят, что *аксиоматический ранг* квазимногообразия M равен n относительно квазимногообразия R, если n - наименьшее число для которого $M=Mod_R(T_Q^n(M))$. Если такого натурального числа n не существует, то, по определению, аксиоматический ранг квазимногообразия M относительно R равен ∞.

Относительно теоретико-множественного включения квазимногообразия аксиоматического ранга не выше n образуют решетку, которую обозначим через $L_q^n(M)$. Аксиоматические ранги квазимногообразий изучались многими авторами, см., например, в [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7].

Пусть T — множество всех гомоморфизмов ψ группы G таких, что в группе $\psi(G)$ ложна формула $v = 1$ при подстановке $x_i \to \psi(x_i)$, $i = \overline{1,n}$ и $(G,v) = \{\psi(G)|\psi \in T\}$. Через $N_M(G,v)$ обозначим класс групп из M, в каждую из которых не вложима ни одна группа из (G,v).

Возьмем многообразие M групп, рассмотренное ранее в [6,7], заданное тождествами

$$(\forall x)(x^3 = 1),$$
$$(\forall x)(\forall y)(\forall z)([x,y,z] = 1).$$

Цель работы – исследовать некоторые неабелевые 4-порожденные группы из M и найти описание подрешетки $L_q^4(M)$.

Я изучал классы групп $N_M(G_1,v)$, $N_M(G_2,v)$, $N_M(G_3,v)$, $N_M(A,v)$, где G_1= gr(x_1, x_2, x_3, x_4 || $[x_4, x_3] = [x_2, x_1]$, $[x_4, x_2] =1$, $[x_4, x_1] = 1$, $[x_3, x_2] = 1$, $[x_3, x_1] = 1$), G_2= gr(x_1, x_2, x_3, x_4 || $[x_4, x_3] = [x_2, x_1]$, $[x_4, x_1] =1$, $[x_3, x_2] = 1$, $[x_3, x_1] = 1$), G_3 = gr(x_1, x_2, x_3, x_4 || $[x_4, x_3] = [x_2, x_1]$, $[x_4, x_1] =1$, $[x_3, x_1] = 1$), A = gr(x_1, x_2, x_3, x_4 || $[x_4, x_3] = [x_2, x_1]$, $[x_4, x_1]= [x_2, x_1] [x_4, x_2] [x_3, x_2] =[x_2, x_1] [x_4, x_2] [x_3, x_1] = 1$). Стоит отметить, что $G_1'=Z_3$, $G_2'= Z_3\times Z_3$, $G_3'=Z_3\times Z_3\times Z_3$, $A'= Z_3\times Z_3$, где Z_3 – циклическая группа порядка 3.

В ходе проделанной работы, а также пользуясь результатами работы [7], была доказана следующая

Теорема. $N_M(G_2, v)$, $N_M(G_3, v)$, $N_M(A, v)$ являются собственными квазимногообразиями, несравнимыми между собой и содержащимися в $N_M(G_1, v)$.

Библиографический список

1. Будкин А.И. Квазимногообразия групп: монография. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2002. – 339 с.

2. Будкин А.И. Квазимногообразия групп: учебное пособие. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 1992. – 59 с.

3. Будкин А.И. Аксиоматический ранг квазимногообразия, содержащего свободную разрешимую группу // Матем. сб. – 1980. – Т. 112, №4. – С. 647–655.

4. Будкин А.И. Аксиоматический ранг квазимногообразия правоупорядочиваемых групп // Алгебра и логика1986. – Т. 25, №5. – С. 499–507.

5. Половникова Е.С. Об аксиоматическом ранге квазимногообразий // Сиб.матем. ж. – 1999. –Т. 40, №1. – С. 167–176.

6. Лебедев А.А. О квазимногообразиях групп аксиоматического ранга не выше трех // МАК–2015: сборник трудов всероссийской конференции по математике. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2015. – С. 11.

7. Лебедев А.А. Квазимногообразия 2-ступенно нильпотентных групп аксиоматического ранга не выше четырех // МАК–2016: сборник трудов всероссийской конференции по математике. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2016. – С. 7–8.

УДК 579.64

Идеалы и автоморфизмы нильтреугольных алгебр Ли и их точных обертывающих алгебр

В.М. Левчук

Сибирский федеральный университет, г. Красноярск

Произвольную (не ассоциативную) алгебру $R = (R, +, \cdot)$ называем *обертывающей алгебры Ли L*, если обе алгебры изоморфны как линейные пространства, причем R с новым умножением $a * b := ab - ba$ дает алгебру Ли $R^{(-)} \simeq L$. (См. также Ли-допустимые алгебры [1]). Через NΦ(K) обозначаем нильтреугольную подалгебру с базой $\{e_r \mid r \in \Phi^+\}$ в алгебре Шевалле над кольцом K, т.е. с базой Шевалле, составленной из элементов e_r $(r \in \Phi)$ (Φ – системой корней) и подходящей базы подалгебры Картана [2]. По теореме Шевалле о базисе,