что напряжения, полученные в результате вычислений, в окрестности отверстия меньше этого значения и материал не подвергается разрушению в данном случае.

Анализ напряженно-деформированного состояния показывает, что наибольшая концентрация напряжений наблюдается вблизи самого отверстия. При достижении предела прочности материал начнет разрушаться вокруг отверстия. Разрушение может сопровождаться постепенным разрыхлением материала в верхней части над отверстием, его послойным обрушением и уплотнением в нижней части отверстия. Такой процесс может быть достаточно длительным и привести к обрушению (образованию провала) земной поверхности.

Библиографический список

1. Тимошенко С.П., Гудьер Дж. Теория упругости. – М.: Наука, 1975. – 576 с.
2. Савин Г.Н. Распределение напряжений около отверстий. – Киев: Наукова думка, 1968. – 352 с.
3. Мокряков В.В. Применение метода мультипольного разложения для расчета напряженного состояния в бесконечной упругой плоскости, содержащей несколько круговых отверстий // Вычислительная механика сплошных сред. – 2012. – Т. 5, №2. – С. 168–177.
4. Устюжанова А.В., Кравченко Г.В. Численное исследование напряженно-деформированного состояния в окрестности горной выработки // Известия Алтайского государственного университета. – Барнаул, 2017. – №1 (93). – С. 136–139.
5. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. – М.: Мир, 1975. – 543 с.

УДК 532.5+519.6

Характерные особенности трёхмерных конвективных течений с границей раздела

***Ж.С. Филимонова*[1]*, В.И. Хибченко*[1]*, О.Н. Гончарова*[1,2]**

[1]*АлтГУ, г. Барнаул;* [2]*ИТ СО РАН, г. Новосибирск*

Изучаются двухслойные конвективные течения несмешивающихся вязких несжимаемых жидкостей на основе точных решений уравнений Обербека-Буссинеска. Полагается, что жидкости заполняют бесконечный канал с прямоугольным поперечным сечением и находятся под действием продольного градиента температуры и поперечно направленной силы тяжести. На термокапиллярной границе раздела, которая

остаётся недеформированной плоской поверхностью, выполняются кинематическое и динамические условия, а также условия непрерывности скорости, температуры и тепловых потоков. Твёрдые неподвижные стенки канала предполагаются теплоизолированными. Построение точных решений трёхмерных задач конвекции проводится на основе исследований [1], подтвердивших групповую природу решения Остроумова-Бириха [2, 3]. Стационарное решение, построенное в [1, 4], может быть названо трёхмерным обобщением известного двумерного точного решения Бириха [3]. В [5] трёхмерные точные решения впервые обобщены на случай конвективных течений с учётом испарения на термокапиллярной границе раздела и эффектов Дюфура и Соре в газопаровой фазе.

Точные решения стационарных уравнений конвекции, описывающие двухслойные течения, характеризуются тем, что поле скоростей имеет три ненулевые компоненты, представляющие собой функции, зависящие от поперечных координат. Температура и давление также имеют аналогичные составляющие. Аналитическое построение точных решений дополняется численным решением цепочки двумерных задач для нахождения компонент скоростей обеих жидкостей (или жидкости и газа), давления и температуры. Численный алгоритм базируется на продольно-поперечной конечно-разностной схеме, известной как метод переменных направлений. При построении численного алгоритма вводятся новые искомые функции: аналоги функции тока и завихренности вместо поперечных компонент скорости. Условия на границе раздела также формулируются в терминах новых функций. Разностные условия для вихря (условия типа Тома) задаются на твёрдых непроницаемых границах областей, занятых жидкостями.

Общая схема решения стационарной задачи состоит в организации итерационного процесса при последовательном осуществлении нескольких этапов. (I): Исходим из заданного состояния, предполагая, что поперечные компоненты векторов скорости найдены. С данными компонентами решаем численно задачи о нахождении третьих компонент векторов скорости обеих жидкостей. (II): Для нахождения неизвестных составляющих температуры численно решаем уравнения с учётом условий на границе раздела и на твердых границах. (III): Следующим этапом является решение системы уравнений и граничных условий для определения двух полей: функций тока и вихря. Зная функции тока, можно определить поперечные компоненты векторов скорости. (IV): Возвращаемся к этапу (I). Итерационный процесс организован с применением вполне определённых критериев сходимости. Проведено тестирование численного алгоритма, позволяющее установить экспериментальный порядок сходимости, а также провести сравнение с известными тестами о конвекции в замкнутой кювете в условиях нагрева одной грани.

Проведено численное моделирование течений системы «жидкость-газ» типа «этанол-азот» и «HFE 7100 – азот». Разработаны способы визуализации течения и поля температуры в канале. Построены альбомы трёхмерных течений. Исследованы возможности управления механизмами конвекции в условиях нормальной и пониженной гравитации, а также для различных значений постоянного продольного градиента температуры, поддерживаемого вдоль границы раздела. Течение имеет сложную структуру, ярко выраженный вихревой характер и поступательную направленность. Примеры трёхмерных течений (см. рисунки 1 и 2) в стационарном случае представлены в данной работе для системы «этанол-азот» в условиях микрогравитации (см. рисунок 1, число Грасгофа $Gr = 1$) и нормальной гравитации (см. рисунок 2, $Gr = 10^4$). При этом значения продольного градиента температуры, чисел Рейнольдса и Марангони равны, соответственно, $\tilde{T} = 1$, $Re=1$, $Ma=10^4$.

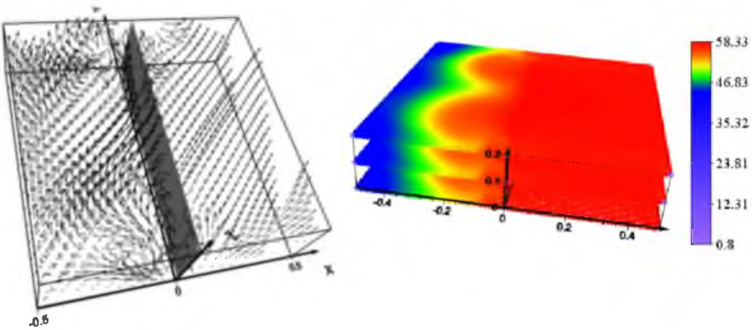

Рисунок 1 – Поле скоростей (слева) и температуры (справа);
$Gr = 1$, $Pr = 10$, $Ma = 10^4$, $Re = 1$, $\tilde{T} = 1$

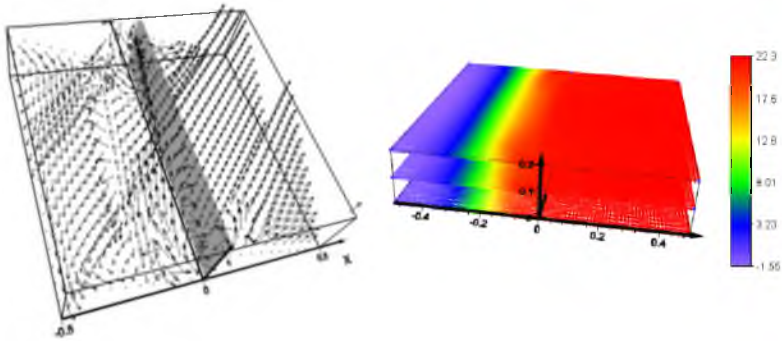

Рисунок 2 – Поле скоростей (слева) и температуры (справа);
$Gr = 10^4$, $Pr = 10$, $Ma = 10^4$, $Re = 1$, $\widetilde{T} = 1$

Работа выполнена при поддержке РНФ (проект 15-19-20049).

Библиографический список

1. Пухначёв В.В. Теоретико-групповая природа решения Бириха и их обобщения // Симметрии и дифференциальные уравнения: сб. науч. тр. – Красноярск: РАН. Сиб. отд-ние. Ин-т вычисл. моделирования. – 2000. – С. 118–183.

2. Остроумов Г.А. Свободная конвекция в условиях внутренней задачи. – Москва-Ленинград: Гос. изд-во технико-теоретической литературы, 1952. – 256 с.

3. Бирих Р.В. О термокапиллярной конвекции в горизонтальном слое жидкости // ПМТФ. – 1966. – №3. – С. 69–72.

4. Goncharova O.N., Kabov O.A., Pukhnachov V.V., Solutions of special type describing the three dimensional thermocapillary flows with an interface. Int. J. Heat Mass Transfer. – 2012. – 55(4). – P. 715–725.

5. Goncharova O.N., Kabov O.A. Investigation of the two-layer fluid flows with evaporation at interface on the basis of the exact solutions of the 3D problems of convection. Journal of Physics: Conference Series. – 2016. – 754 (032008). – P. 1–6.