

Министерство образования и науки РФ
Алтайский государственный университет

С.В. Дронов

**КОНСПЕКТ ЛЕКЦИЙ
ПО ТЕОРИИ СЛУЧАЙНЫХ
ПРОЦЕССОВ**



Барнаул

Издательство
Алтайского государственного
университета
2014

УДК 519.21(075.8)

ББК 22.171.5я73-2

Д 758

Рецензенты:

доктор физ.-мат. наук, профессор **А.Г. Петрова** (АлтГУ);
кандидат физ.-мат. наук, доцент **К.О. Кизбикенов** (АлтГПА)

Д 758 Дронов, С.В.

Конспект лекций по теории случайных процессов
[Текст] : учебное пособие / С.В. Дронов. – Барнаул :
Изд-во Алт. ун-та, 2014. – 99 с.

ISBN 978-5-7904-1683-5

Пособие содержит теоретический материал по основным разделам курса: спектральная теория случайных процессов, стохастические интегралы и дифференциалы, элементы статистики случайных процессов. Особое внимание уделено вопросам прогнозирования процессов, а также марковским процессам в теории массового обслуживания.

Предназначено для студентов 4-го курса математического факультета. Может быть полезно студентам-физикам при изучении теории вероятностей и математической статистики, а также многих специальных курсов в рамках специализаций «Математическое моделирование», «Математические методы и модели в экономике» и «Статистическая физика».

*Настоящее издание опубликовано
в рамках реализации Программы стратегического развития
Алтайского государственного университета*

ISBN 978-5-7904-1683-5

© Дронов С.В., 2014

© Оформление. Издательство Алтайского
государственного университета, 2014

Оглавление

1. Основные понятия	5
2. Замечания о теории случайных процессов в широком смысле	9
3. Гауссовские случайные процессы	10
4. Процессы с независимыми приращениями	15
5. Марковские процессы. Цепи Маркова	18
5.1. Несколько определений	18
5.2. Время пребывания. Системы уравнений Колмогорова	20
5.3. Стационарные распределения	22
6. Линейная теория случайных процессов	24
6.1. Гильбертово пространство случайных величин с комплексными значениями	24
6.2. Дифференцирование и интегрирование в среднем квадратическом	26
6.3. Стохастический интеграл от неслучайной функции	29
7. Спектральные представления и задача прогнозирования случайного процесса	31
7.1. Спектральная функция	31
7.2. Формула Котельникова – Шеннона	40
7.3. Линейные преобразования стационарных процессов	41
7.4. Задача прогноза стационарного случайного процесса – сингулярный случай	45
7.5. Задача прогноза стационарного случайного процесса – регулярный случай	47
7.5.1. Построение прогностических формул	47
7.5.2. Как осуществить факторизацию	51
7.5.3. Несколько несложных примеров	54

7.6. Задача статистического оценивания спектральной плотности	57
8. Процессы размножения и гибели	62
8.1. Основные предположения	62
8.2. Одномерные распределения	63
8.3. Примеры	66
8.3.1. Линейный рост с иммиграцией	66
8.3.2. Образование очереди в системе массового обслуживания	67
9. Непрерывность реализаций	69
10. Условные математические ожидания	73
11. Мартингалы	77
11.1. Определения	77
11.2. Полнота пространства мартингалов	81
11.3. Стохастический интеграл по мартингалу	82
12. Стохастические дифференциалы и интегралы Ито	86
12.1. Стохастические интегралы Ито	86
12.2. Стохастический дифференциал	89
13. Задачи для самостоятельного решения	90
Библиографический список	98

Учебное издание

Сергей Вадимович Дронов

**КОНСПЕКТ ЛЕКЦИЙ
ПО ТЕОРИИ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ**

Редактор *Е.М. Федяева*

Подготовка оригинал-макета,
дизайн обложки – *Т.И. Котикова*

Издательская лицензия ЛР №020261 от 14.01.1997 г.

Подписано в печать 11.07.2014. Формат 60×84 1/16.

Усл.-печ. л. 5,8. Тираж 300. Заказ №242.

Издательство Алтайского государственного университета;
типография Алтайского государственного университета:
656049 Барнаул, ул. Димитрова, 66