утверждение этой теоремы.

Как вытекает из теоремы 2, в случае, когда метки кластеров присваиваются в соответствии с выбранным вариантом иерархического алгоритма, пост-кластерная связь между показателями это корреляционная связь между их преобразованными вариантами (3).

Особо отметим, что фактически вид этой связи определяется не алгоритмом, а именно основной системой меток, а способ построения меток конкретизирован в примере только для того, чтобы обосновать выбор вида преобразований (3).

Библиографический список

1. Сазонова А.С, Дронов С.В. Обратная post-hoc задача кластерного анализа и ее применение к дискриминации данных // Вестник Тюменского государственного университета. – 2014. – № 7.

2. Dronov S.V., Sazonova A.S. Two approaches to cluster variable quantification. // Model Assisted Statistics and Applications. – 2015. – V. 10.

3. Айвазян С.А., Бухштабер В.М., Енюков И.С., Мешалкин Л.Д. Прикладная статистика: Классификация и снижение размерности. – М., 1989.

УДК 579.64

Псевдоримановы эйнштейново-подобные метрические группы Ли с метрикой алгебраического солитона Риччи

П.Н. Клепиков, Е.Д. Родионов
АлтГУ, г. Барнаул

Многообразия Эйнштейна являются важным классом (псевдо)римановых многообразий, которые широко используются в геометрии и физике. Известно, что каждое многообразие Эйнштейна имеет параллельный тензор Риччи (т.е. $\nabla_X r = 0$). В последнее время активно изучаются различные обобщения многообразий Эйнштейна, одними из которых являются эйнштейново-подобные (псевдо)римановы многообразия в смысле А. Грея [1].

Определение 1. (Псевдо)риманово многообразие имеет циклично параллельный тензор Риччи (принадлежит к классу A), если

$$(\nabla_X r)(Y,Z) + (\nabla_Y r)(Z,X) + (\nabla_Z r)(X,Y) = 0$$

для любых векторных полей X, Y и Z. Данное условие эквивалентно тому, что тензор Риччи является тензором Киллинга

$$(\nabla_X r)(X, X) = 0$$

для любого векторного поля X.

Определение 2. (Псевдо)риманово многообразие имеет тензор Риччи, который является тензором Кодацци (принадлежит к классу B), если

$$(\nabla_X r)(Y, Z) = (\nabla_Y r)(X, Z)$$

для любых векторных полей X, Y и Z.

Многообразия, принадлежащие классам A и B, называются эйнштейново-подобными (псевдо)римановыми многообразиями по А. Грею [1].

Определение 3. (Псевдо)риманово многообразие (M, g) называется солитоном Риччи, если метрика g удовлетворяет уравнению:

$$r = \lambda \cdot g + L_X g,$$

где r — тензор Риччи, λ — действительная константа, $L_X g$ — производная Ли метрики g по направлению полного дифференцируемого векторного поля X.

Изучение однородных солитонов Риччи в общем случае является достаточно трудной задачей, поэтому обычно накладывают некоторые ограничения: либо на размерность пространства [3–5], либо на класс рассматриваемых векторных полей [6–9], либо на (псевдо)риманову метрику [10–12].

В данной работе изучаются группы Ли с левоинвариантной (псевдо)римановой эйнштейново-подобной метрикой, которые, кроме того, являются солитонами Риччи. Доказано, что данный класс многообразий содержит нетривиальные примеры (т.е. примеры отличные от многообразий Эйнштейна) в случае, если оператор Риччи не является диагонализируемым. Данные исследования являются продолжением предыдущих работ авторов по изучению солитонов Риччи и эйнштейново-подобных метрик на группах Ли [7–11].

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 18-31-00033 мол_а.

Библиографический список

1. Gray A. Einstein-like manifolds which are not Einstein // Geom. Dedi-cata. – 1978. – V. 7. – P. 259–280.

2. Hamilton R.S. The Ricci flow on surfaces // Contemporary Mathematics. – 1988. – V. 71. – P. 237–262.

3. Brozos-Vazquez M., Calvaruso G., Garcia-Rio E., Gavi-no Fernandez S. Three-dimensional Lorentzian homogeneous Ricci soli-tons // arXiv.org. – 2009. – arXiv:0911.1247.

4. Batat W., Onda K. Four-Dimensional Pseudo-Riemannian Generalized Symmetric Spaces Which are Algebraic Ricci Solitons // Results. Math. – 2013. – V. 64, No 3. – P. 253–267.

5. Calvaruso G., Fino A. Four-dimensional pseudo-Riemannian homogeneous Ricci solitons // Int. J. Geom. Methods Mod. Phys. – 2015. – V. 12, No 5.

6. Cerbo L.F. Generic properties of homogeneous Ricci solitons // Adv. Geom. – 2014. – V. 14(2). – P. 225–237.

7. Клепиков П.Н., Оскорбин Д.Н., Родионов Е.Д. Об однородных инвариантных солитонах Риччи на четырехмерных группах Ли // «МАК 2015: Математики – Алтайскому краю», сборник трудов всероссийской конференции по математике. Изд-во: Алт. гос. ун-т., Барнаул. – 2015. – С. 21–24.

8. Клепиков П.Н., Оскорбин Д.Н. Однородные инвариантные солитоны Риччи на четырехмерных группах Ли // Известия Алтайского гос. ун-та. – 2015. – № 1/2. – С. 115–122.

9. Клепиков П.Н., Оскорбин Д.Н., Родионов Е.Д. Об однородных солитонах Риччи на четырехмерных группах Ли с левоинвариантной римановой метрикой // ДАН. – 2015. – Т. 465, № 3. – С. 281–283.

10. Клепиков П.Н., Оскорбин Д.Н. Конформно плоские солитоны Риччи на группах Ли с левоинвариантной (псевдо)римановой метрикой // Известия Алтайского гос. ун-та. – 2016. – № 1(89). – С. 123–128.

11. Клепиков П.Н., Родионов Е.Д. Алгебраические солитоны Риччи на метрических группах Ли с нулевым тензором Схоутена-Вейля // ДАН. – 2017. – Т. 472, № 5. – С. 506–508.

12. Клепиков П.Н., Родионов Е.Д. Алгебраические солитоны Риччи на метрических группах Ли с недиагонализируемым оператором Риччи // Известия Алтайского гос. ун-та. – 2017. – № 1(93). – С. 87–90.

УДК 579.64

О 4-мерных локально-однородных псевдоримановых многообразиях с изотропным тензором Вейля

С.В. Клепикова, О.П. Хромова
АлтГУ, г. Барнаул

Работы многих математиков всего мира посвящены как исследованию конформно плоских (псевдо)римановых многообразий (многооб-