

ции Аллера-Бриана // Известия Алтайского государственного университета. – Барнаул, 2016. – №1 (89). – С. 173–179.

5. Саженов С.А. Описание аэродинамики в окрестности листа растения с учетом опушения с помощью модифицированной HBS-модели // Ломоносовские чтения на Алтае: фундаментальные проблемы науки и образования [Электронный ресурс]: сб. науч. ст. междунар. конф., 14-17 ноября 2017 г./ АлтГУ; [отв. ред. Е. Д. Родионов]. – Барнаул: АлтГУ, 2017. – 1 эл. опт. диск (DVD). – № гос. регистрации 0321704250. – С. 477–487.

6. Лионс Ж.-Л. Некоторые методы решения нелинейных краевых задач. – М.: Мир, 1972. – 588 с.

УДК 551.345 + 539.3

Расчет физических характеристик почвогрунтов в процессе внутренней эрозии и прогноз их разрушения

А.Н. Сибин

АлтГУ, г. Барнаул

Процесс эрозии почвогрунтов имеет большое значение при решении прикладных задач в сельском хозяйстве: ирригация и дренаж сельскохозяйственных полей [1] и процесс внутренней эрозии, сопутствующий каналному орошению почвогрунтов [2]. Процесс эрозии необходимо учитывать в исследованиях, связанных с прогнозом распространения загрязнений, фильтрацией вблизи водохранилищ и других гидротехнических сооружений [3]. Более того, аналогичные проблемы, связанные с процессом эрозии грунта, возникают и в других областях, включая добычу нефти и газа [4].

В работе численно исследована двумерная задача внутренней суффозии в межмерзлотном водоносном горизонте. Фильтрация подземных вод происходит в водоносном горизонте, который соприкасается с промерзшим песчаным грунтом. В процессе оттаивания грунта и при достижении определенной величины скорости фильтрации происходит вынос частиц грунта из области течения. В качестве математической модели использованы уравнения сохранения массы для воды, подвижных твердых частиц и неподвижного пористого скелета, а также закон Дарси для воды и подвижных твердых частиц и соотношение для интенсивности суффозионного потока. Задача сведена к системе из трех уравнений относительно пористости, приведенного давления и выходящегося на решении уравнения для водонасыщенности. Почвогрунт моделируется как трехфазная сплошная пористая среда.

Поры полностью заполнены смесью воды ($i = 1$) и подвижных твердых частиц ($i = 2$). Доля пор в грунте ($i = 3$) определяется пористостью $\phi = (V_1 + V_2)/V$, где $V = V_1 + V_2 + V_3$ – общий объем грунта, V_1, V_2, V_3 – соответственно объемы воды, подвижных твердых частиц и скелета грунта.

Следуя работе [5] в двумерном случае обезразмеренная система уравнений, описывающая процесс внутренней эрозии, имеет вид

$$\begin{aligned}\phi \frac{\partial s}{\partial t} &= \nabla \cdot (a \nabla s + b \vec{v} + \vec{F}), \\ \nabla \cdot (K \nabla p + \vec{f}) &= 0, \\ \frac{\partial \phi}{\partial t} &= I,\end{aligned}$$

где I – интенсивность фазового перехода (суффозионный поток); $s_1 = V_1/(V_1 + V_2), s_2 = V_2/(V_1 + V_2)$ – концентрации воды (насыщенность) и подвижных твердых частиц в порах; $\rho_1^0, \rho_2^0, \rho_3^0$ – истинные плотности воды, подвижных твердых частиц грунта и скелета грунта; $\nabla = (\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y})$ – оператор градиента; $\vec{v} = (v_x, v_y)$ – суммарная скорость фильтрации, p – приведенное давление. В рассматриваемом случае $\rho_3^0 = \rho_2^0$, так как подвижные частицы захватываются суффозионным потоком из грунта. Коэффициенты уравнения имеют вид:

$$\begin{aligned}a(s, \phi) &= -K_0 \frac{\bar{k}_{01} \bar{k}_{02}}{\mu \bar{k}_{01} + \bar{k}_{02}} \frac{\partial p_c}{\partial s}, \quad b(s) = \frac{\bar{k}_{02}}{\mu \bar{k}_{01} + \bar{k}_{02}}, \\ v_x &= v_x \frac{x_{sc}}{t_{sc}} = v_{x1} + v_{x2}, \quad v_y = v_y \frac{x_{sc}}{t_{sc}} = v_{y1} + v_{y2}, \\ v_{x1} &= -K_0 \bar{k}_{01} \left(\frac{\partial p_1}{\partial x} - g_x \right), \quad v_{x2} = -K_0 \frac{\bar{k}_{02}}{\mu} \left(\frac{\partial p_2}{\partial x} - \frac{\rho_2^0}{\rho_1^0} g_x \right), \\ v_{y1} &= -K_0 \bar{k}_{01} \left(\frac{\partial p_1}{\partial y} - g_y \right), \quad v_{y2} = -K_0 \frac{\bar{k}_{02}}{\mu} \left(\frac{\partial p_2}{\partial y} - \frac{\rho_2^0}{\rho_1^0} g_y \right), \\ F_x &= K_0 g_x \frac{\bar{k}_{01} \bar{k}_{02} (\frac{\rho_2^0}{\rho_1^0} - 1)}{\mu \bar{k}_{01} + \bar{k}_{02}}, \quad K_0 = \frac{B p_{sc} t_{sc}}{x_{sc}^2 \mu_1} \varphi^3, \quad F_y = K_0 g_y \frac{\bar{k}_{01} \bar{k}_{02} (\frac{\rho_2^0}{\rho_1^0} - 1)}{\mu \bar{k}_{01} + \bar{k}_{02}}, \\ f_x &= -K_0 \left(\bar{k}_{01} + \frac{\rho_2^0 \mu_1}{\rho_1^0 \mu_2} \bar{k}_{02} \right) g_x, \quad K = K_0 k, \\ k &= \bar{k}_{01} + \frac{\mu_1}{\mu_2} \bar{k}_{02}, \quad f_y = -K_0 \left(\bar{k}_{01} + \frac{\rho_2^0 \mu_1}{\rho_1^0 \mu_2} \bar{k}_{02} \right) g_y.\end{aligned}$$

$$I = \begin{cases} \lambda(1 - \phi)(1 - s)\phi(|v_1| - |v_k|), & |v_1| \geq |v_k|; \\ 0, & |v_1| < |v_k|. \end{cases}$$

$$\lambda = \hat{\lambda} x_{sc}, \quad v_k = v_k \frac{x_{sc}}{t_{sc}}, \quad |v_1| = \sqrt{v_{x1}^2 + v_{y1}^2}.$$

Здесь $t_{sc}, x_{sc}, p_{sc} = \frac{\rho_1^0 x_{sc}^2}{t_{sc}^2}, v_{sc} = \frac{x_{sc}}{t_{sc}}$ – размерные постоянные, $\hat{\lambda}$ – размерный эмпирический коэффициент (отвечает за суффозионную устойчивость почвогрунта), а $\mu = \frac{\mu_2}{\mu_1}$.

Для модельной задачи рассмотрена начально-краевая задача и построена конечно-разностная схема на основе метода переменных направлений. Проведены расчеты тестовой задачи, определены давление воды, пористость грунта, водонасыщенность, скорости воды и подвижных частиц грунта. Сравнение найденной скорости смеси воды и подвижных частиц грунта с критической позволило найти область подверженную суффозионному воздействию. Проведено численное исследование совместного влияния процессов суффозии и кольматации. Исследована зависимость искомых функций от параметра, характеризующего суффозионную устойчивость грунта.

Автор статьи признателен А.А. Папину и С.С. Кузикову за обсуждение задачи и конструктивные замечания.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ №16-08-00291.

Библиографический список

1. Vieira D.A.N., Dabney S.M. Modeling edge effects of tillage erosion // Soil Tillage Research. – 2011. 111(2):197–207.
2. Wilson G. Understanding soil-pipe flow and its role in ephemeral gully erosion // Hydrol. Process. 2011, Vol. 25, 2354–2364.
3. Einstein H. A. Der Geschiebetrieb als wahrscheinlichkeits Problem. Mitt. d. Versuchsanstaltf Wasserbau, Eidg. T. H., Zurich. 1937.
4. Wang J., Walters D. A., Settari A., Wan R. G. Simulation of cold heavy oil production using an integrated modular approach with emphasis on foamy oil flow and sand production effects 1st Heavy Oil Conference 2006.
5. Papin A. A., Sibir A. N. Model isothermal internal erosion of soil // J. Phys.: Conf. Ser., 2016, v. 722(1), p. 1–8.